

相対論的重イオン衝突における  
楕円形集団的運動の解析

970362 進藤 美紀

卒業論文

指導教官：三明 康郎、江角 晋一

平成13年2月18日

## Acknowledgment

本卒業研究を行うにあたり、大変興味深いテーマを提案して頂き、御指導して頂いた三明 康郎教授には、深く感謝致します。

また、非常に丁寧な御指導とたくさんのアドバイスをしてくださった江角 晋一講師には、感謝すると共に深くお礼申し上げます。

多くのアドバイスをして頂いた佐藤 進助手にも感謝申し上げます。

三明グループの皆様には、卒論を進めていく上で大変お世話になりました。加藤 純夫技官、清道 明男氏、箱崎 大祐氏、相沢 美智子氏にお礼申し上げます。

そして、この卒業研究を進めるにあたって、いろいろと相談に載って頂き、多くの時間を割いて下さった小野 雅也氏には、本当にお世話になりました。

最後になりましたが、鶴岡 裕士氏、4年生の益井 宙氏、団村 絢子氏、黒木 善昭氏、坂井 真吾氏には、研究室内外でも大変お世話になりました。ありがとうございました。

2001年 2月 5日 進藤 美紀

## Abstract

宇宙は、約 150 億年前のビッグバンによって誕生したと言われている。この宇宙創成の極めて初期段階に、核子や中間子の閉じ込めから解放され自由に動き回るクォークやグルーオンの集団、すなわちクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) が存在したと推定されている。QGP はエネルギー密度約  $1 - 2 \text{ GeV}/\text{fm}^3$  の非常に高温高密度な状態であり、地上では相対論的重イオン衝突実験にてのみ実現できる可能性があると考えられている。

原子核物理の分野で、宇宙創成段階の状態を知る事は、重要な課題の一つであり、そのためには相対論的重イオン衝突実験によって、QGP 生成のシグナルを検出する事が、必要不可欠である。

アメリカ合衆国ブルックヘブン国立研究所 (BNL) の衝突型相対論的重イオン加速器 RHIC で、 $E_{cm} = 130 \text{ AGeV}$  の金原子核同士の衝突実験が 2000 年に行われた。このエネルギーによってできる反応関与部のエネルギー密度は、QGP 生成の閾値とされる値をはるかに越えており、その存在の証拠となるシグナル検出の解析が進められている。

QGP 生成のシグナルとして考えられている一つに、衝突後のハドロン放出における集団的運動 (Collective Flow) の低下が考えられている。集団的運動は、Fourier 解析によって与えられる係数で表され、その値を評価する方法が様々提案されている。

本研究では、集団的運動の中で、第 2 番目の Fourier 係数であらわされている Elliptic Flow の値  $v_2$  を評価する方法を 2 通り考え、PHENIX 検出器に限らず色々なセットアップでシミュレートし、集団的運動の大きさの評価が可能かを調べた。その結果、両解析法共にどのセットアップでも正しく  $v_2$  を評価できる事がわかった。また、その両解析法を用いて 実際 2000 年に PHENIX 検出器の PAD CHAMBERS で得られた粒子識別なしの実験データから  $v_2$  を決定し、さらに Multiplicity 依存性、エネルギー依存性を見た。



# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>序論</b>	<b>7</b>
<b>第 2 章</b>	<b>基礎概念</b>	<b>9</b>
2.1	高エネルギー重イオン衝突 . . . . .	9
2.1.1	概念 . . . . .	9
2.1.2	高エネルギー重イオン衝突と QGP . . . . .	10
2.2	Reaction plane . . . . .	12
2.2.1	概念 . . . . .	12
2.2.2	計算方法 . . . . .	13
2.3	Collective flow . . . . .	14
2.3.1	概念 . . . . .	14
2.3.2	Radial flow . . . . .	14
2.3.3	Directed flow . . . . .	14
2.3.4	Elliptic flow . . . . .	14
2.4	Flow と QGP 生成 . . . . .	17
2.4.1	Directed Flow と QGP . . . . .	17
2.4.2	Elliptic Flow と QGP . . . . .	17
<b>第 3 章</b>	<b>シミュレーション</b>	<b>21</b>
3.1	Reaction plane の決定 . . . . .	21
3.2	Acceptance の影響 . . . . .	22
3.2.1	Event Mixing . . . . .	22
3.2.2	Flattening the Reaction Plane Distribution . . . . .	23
3.3	2 通りの解析方法 . . . . .	27
3.3.1	Reaction plane 分布の Flattening . . . . .	27
3.3.2	2 粒子間の方位角差 . . . . .	31
<b>第 4 章</b>	<b>シミュレーションの結果</b>	<b>35</b>
4.1	Reaction plane の Flattening による方法の結果 . . . . .	35

4.2	2粒子間の方位角差分布による方法の結果 . . . . .	39
4.3	2解析方法の比較 . . . . .	44
<b>第5章</b>	<b>PHENIX 実験のデータ解析</b>	<b>47</b>
5.1	解析データ . . . . .	47
5.1.1	Multiplicity の CUT . . . . .	47
5.1.2	Event class の CUT . . . . .	48
5.2	Reaction plane の Flattening による解析 . . . . .	50
5.2.1	Auto-Correlation について . . . . .	50
5.2.2	Reaction plane の分解能補正 . . . . .	52
5.2.3	計算結果 . . . . .	53
5.3	2粒子の方位角差による解析方法 . . . . .	54
5.3.1	2粒子相関について . . . . .	54
5.3.2	結果 . . . . .	54
5.4	Elliptic Flow の Multiplicity 依存性 . . . . .	59
5.5	Beam エネルギーとの関係 . . . . .	59
<b>第6章</b>	<b>まとめ</b>	<b>63</b>
<b>第7章</b>	<b>参考文献</b>	<b>65</b>
<b>付録A</b>	<b>Rapidity</b>	<b>67</b>
<b>付録B</b>	<b>PHENIX 検出器の図</b>	<b>69</b>
B.1	Central Tracking Detectors . . . . .	69
B.2	PAD CHAMBERS の図 . . . . .	70
<b>付録C</b>	<b>Program List</b>	<b>71</b>

# 第1章 序論

宇宙の始まりは、約 150 億年前のビッグバンであると考えられている。この宇宙創成の極めて初期段階 ( $< 10^{-5} \text{ sec}$ ) に、非常に高温高密度な状態が存在したと考えられており、核子や中間子を構成するクォークやグルオンはいわゆる「ハドロン内の閉じ込め」から抜け出し自由に集団の中を動き回る状態に相転移したと推定されている。このクォーク、グルオンが自由に動き回っている状態をクォーク・グルオン・プラズマ (以下 QGP) と呼ぶ。

QGP は、エネルギー密度約  $1 - 2 \text{ GeV}/\text{fm}^3$  にも及ぶ非常に高温高密度な状態であり、実験的に地上で実現するには、相対論的なエネルギーまで重イオンを加速し衝突させる実験 (高エネルギー重イオン衝突実験) を行う必要がある。

QGP 相は QCD<sup>1</sup> で予測されている相であるが、実験的な検出は容易ではない。それは、衝突直後のごく短い時間でしか QGP 相は存在できないという理由からである。

QGP 相は消滅後、系の膨張、冷却を経由してすぐにハドロンに転化してしまうため、QGP 相の存在の証拠となるシグナルは、消滅後の終状態から検出するしかない。そこで考えられるシグナルの中の一つに、反応の最終生成物であるハドロンの集団的運動の大きさの低下が考えられている。

今回の研究では、このハドロン放出における集団的運動の大きさの低下を検出するため必要となる集団的運動の解析をテーマとした。

QGP 相の存在を実験的に明らかにする事は、単にその相の物質的な様子の理解だけに留まらず、QCD の検証や、宇宙物理学においても重要な意義を持っている。そのため原子核物理学に限らず現代物理学において QGP 相の検出は大きな課題の一つであろう。1992 年アメリカ合州国ブルックヘブン国立研究所 (以下 BNL) に建設された AGS ( $E_{cm} = 4 \text{ GeV}$ ) や、1994 年欧州原子核研究機構 (以下 CERN) によってフランスに建設された SPS ( $E_{cm} = 17 \text{ GeV}$ ) など、短い間に次々と新しい加速器が動き出し QGP 相検出を目指しているのもそのあらわれであろう。

2000 年春には、BNL に建設された衝突型相対論的重イオン加速器 RHIC ( $E_{cm} = 130 \text{ AGeV}$ ) が動きだし、我々の研究グループが参加している PHENIX 実験で解

---

<sup>1</sup>Quantum Chromo Dynamics (ハドロンをクォークやグルオンの力学系として扱う)

析が始まった。今年 2001 年には  $E_{cm} = 200A\text{GeV}$  の金原子核同士衝突が予定されているが、このエネルギーにより反応関与部のエネルギー密度は、QGP 相生成に必要なエネルギー密度の閾値をはるかに越える  $2 - 6\text{GeV}/\text{fm}^3$  に達すると考えられており、QGP 相検出がますます期待される。



## 第2章 基礎概念

### 2.1 高エネルギー重イオン衝突

原子核の世界は、 $1\text{cm}^3$ あたり数億トンという非常に高密度な世界である。更に高密度になると、物質はどのような形で存在するのであろうか。

ビッグバンから始まった宇宙の初期段階では、非常に高密度な世界 (QGP) が存在したと考えられており、その状態を実現させ研究する事は原子核物理学のみならず、現代物理学において重要な課題である。

#### 2.1.1 概念

これまでに、重イオン加速器で相対論的なエネルギーにまで加速された原子核同士を衝突させて高温高密度状態を実現しようという試み (高エネルギー重イオン衝突実験) が世界各地で行われてきている。1987年に AGS、SPS で実験が開始されて以来、ほぼ5年おきに 加速器の新設や改造がなされてきた。2000年には、RHIC で  $130\text{AGeV}$  という高エネルギーで金原子核同士を衝突させる実験 (PHENIX 実験) が行われ、2001年、そのエネルギーを  $200\text{AGeV}$  にまで高くして衝突させる実験が行われる予定である。

このように相対論的エネルギーに加速された原子核同士の衝突を重心系で見ると、図 2.1 のように 衝突前の核はローレンツ収縮により球というよりは円盤型に見える。一般に入射粒子 (projectile) と標的粒子 (target) が重なりあった部分を反応関与部 (participant) と呼び、そのまま通り過ぎる 反応に関与していない部分を反応傍観部 (spectator) と呼ぶ。

原子核同士の衝突は、相対論的エネルギーでは ドブロイ波長が原子核のサイズに比べて十分短いため、核子-核子衝突の集合として取り扱うことができる。また、反応関与部では、原子核の非弾性散乱による平均自由行程が原子核サイズより十分小さいので、 $1 - 2\text{fm}$  の間に核子-核子衝突が起こる。この核反応により多数のハドロンが生成される (1次衝突)。また、生成したハドロン同士が再び衝突して (2次衝突) 次々とハドロンが生成される。ローレンツ収縮のために円盤型になった原子核衝突は 衝突時間が大変短い事から、生成ハドロンは光速であっても反応関与

部から飛び去ることが出来ず 次々と反応を繰り返し生成されるハドロンのために非常に高温高密度の状態が期待される。

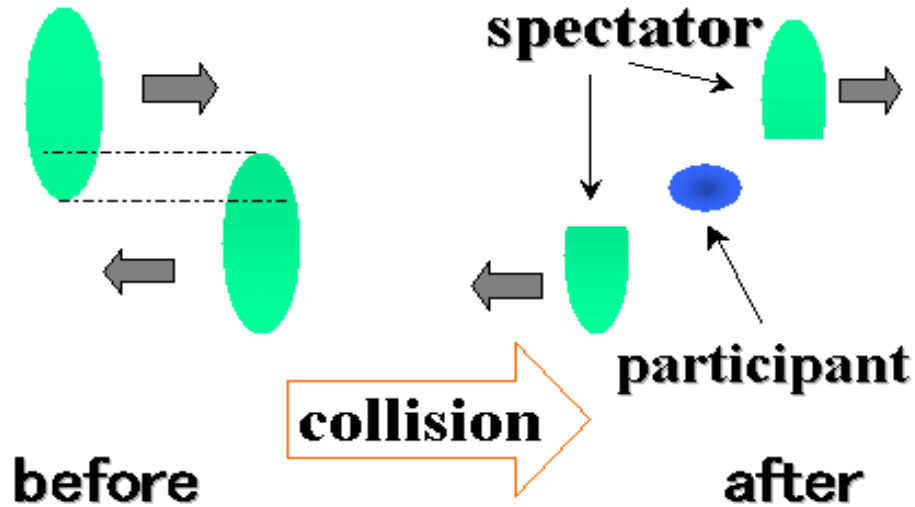


図 2.1: 衝突前と衝突後の様子。相対論的エネルギーの重イオン衝突で 反応関与部は非常に高温高密度な状態が期待される。

### 2.1.2 高エネルギー重イオン衝突と QGP

原子核は陽子、中性子からできており、これらはクォークで構成されている。クォークは単独で取り出す事が出来ない(クォークの閉じ込め)。また、それぞれ色<sup>1</sup>を持っており、グルオンも同様である。通常は無色になるように存在していて、3原色を合わせて無色にしたのがバリオン、ある色と補色のクォークを合わせて無色にしたのが中間子である。

この QCD(Quantum Chromodynamics)に基づいた強い相互作用によって、ハドロン内に閉じ込められていたクォークやグルオンは、高温高密度になると、強い相互作用を破り自由に動き出すであろう。グルオンも自由に動き回れる状態になり、ハドロンから外に出て来るクォークとグルオンが増加して、極めて高温高密度の状態になった時、クォーク・グルオン プラズマ相 (QGP 相) に相転移すると考えられている。

<sup>1</sup>色(色荷)は3色あり、赤、青、緑でこれを3原色と呼ぶ。3色合わせると無色になる。

次の図 (2.2) は、温度と密度をそれぞれ縦軸、横軸にとった相図である。

この図の斜線領域の外側では核物質は QGP 相になると考えられている。内側はハドロン相である。宇宙はビッグバン直後、超高温状態から矢印のような経路をとって冷却、膨張してきたと考えられている。また、各加速器によって高エネルギーになった重イオンは、矢印のように衝突によってハドロン相から相転移して QGP 相に到達し、最終的にはハドロン相に戻って来るといった経路で状態を変化させると考えられている。

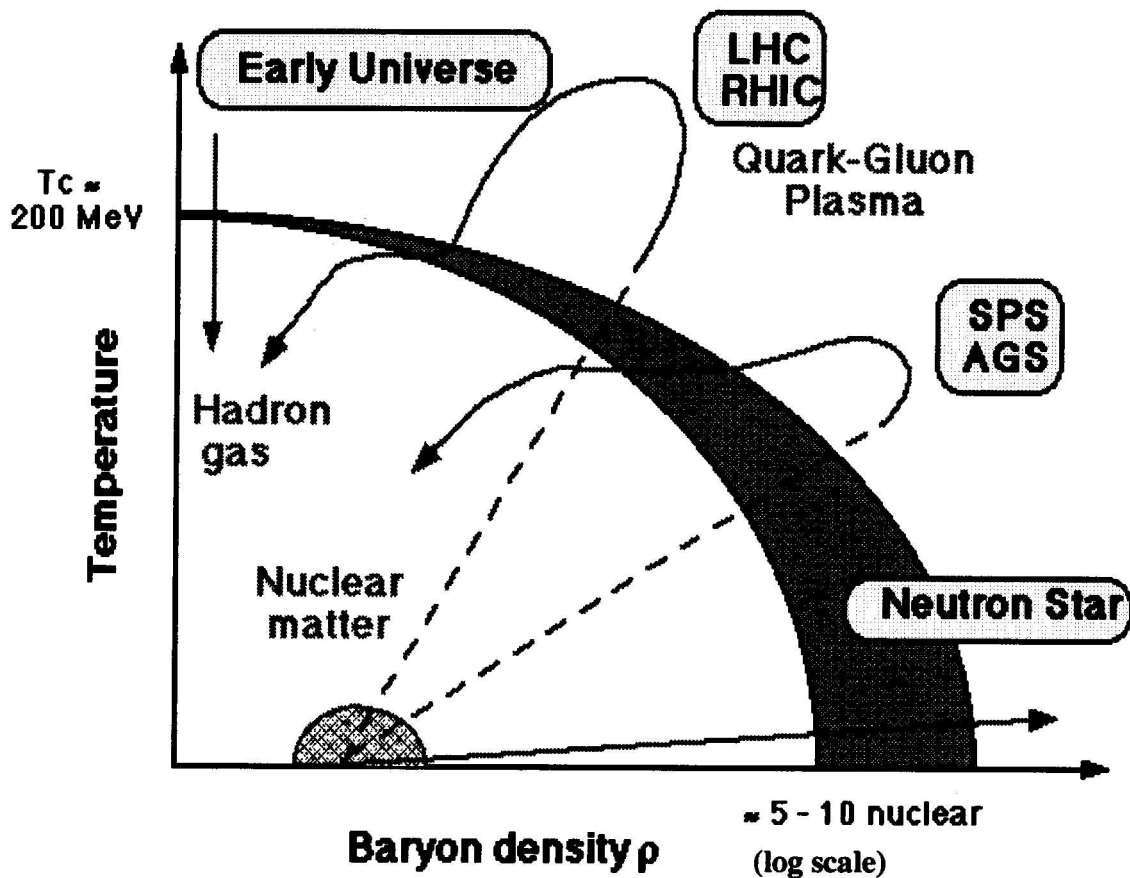


図 2.2: 各加速器で相対論的エネルギーにまで加速された重イオンは、衝突後矢印のような経路で相転移すると考えられている。また、ビッグバン後、宇宙は膨張、冷却しながら矢印のように相転移していると考えられている。

そこで QGP の存在を実験的に証明したい訳だが、相対論的重イオン衝突実験では、前述の図 (2.1) のように核が円盤状になっているため衝突時間が極めて短くなってしまい、また QGP 相が存在するのもごく短い時間でしかないので、反応終状態の測定から QGP 相が存在したという証拠のシグナルを検出するしかない。

この QGP 相存在の証拠のシグナルとして、次の 3 つのシグナルが考えられている。

1.  $J/\psi$  粒子抑制効果
2. レプトン対質量分布の問題
3. ハドロン放出における集団的運動 (Collective Flow) の減少

ここからは、反応の最終生成物であるハドロン放出の様子を追っていき、QGP 相の存否に関わるシグナル 3 を検出するための議論をしていく。

## 2.2 Reaction plane

### 2.2.1 概念

**Impact parameter** 原子核同士が衝突する際、その中心間の Beam 軸に対して垂直な方向の距離を Impact parameter と呼び、通常  $b$  であらわす。金の原子核の半径はおよそ  $b = 6fm$  なので、金原子核同士の衝突の場合  $b$  の最大値は約  $12fm$  となる。<sup>2</sup>

**反応面 (Reaction plane)** Beam 軸と Impact parameter で決まる平面を反応面 (Reaction plane) と呼び、この面と検出器の基準となる面 (水平面) がなす方位角を  $\psi_0$  とする。図 (2.3 参照)

Reaction plane を決定する事は、重イオン衝突実験において生成されるハドロン放出の、方位角方向に対する非等方性を研究する鍵である。しかし、高エネルギー衝突実験ではその値を解析し決定する事は難しいとされていて、様々な解析方法が提案されている。

---

<sup>2</sup> $1fm = 1 \times 10^{-15}m$

### 2.2.2 計算方法

Reaction plane の解析方法のひとつが次式 (2.1) で定義される。

$$\tan \psi_0 = \frac{\sum_i \sin \phi_i}{\sum_i \cos \phi_i} \quad (2.1)$$

ここで、 $i$  は検出器で検出されたハドロン粒子をあらわす。この式の根拠となる概念は次に述べる Directed Flow によっている。<sup>3</sup>

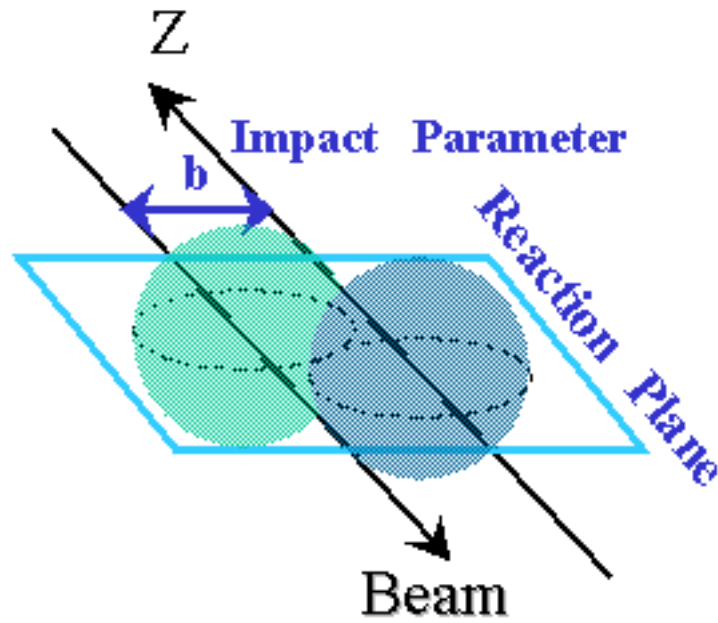


図 2.3: Reaction plane は、Impact parameter と Beam 軸で決まる平面

<sup>3</sup>Elliptic Flow から Reaction plane を決定する式は  $\psi_0 \rightarrow 2\psi_0$ ,  $\phi \rightarrow 2\phi$  にすればよい。3.1 を参照。

## 2.3 Collective flow

### 2.3.1 概念

高エネルギー重イオン衝突実験において、生成されたハドロンの放出を熱・化学平衡や集団的運動を仮定する事によって解析する試みがなされている。

これまで、SPS 加速器での実験結果を中心に生成ハドロンの方位角相関の解析が進められ、ハドロンの放出には方位角方向に偏りがある事がわかってきた。これを集団的運動 (Collective Flow) と呼ぶ。

集団的運動はフーリエ解析により、次式 (2.2) のようにあらわされる。

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{d(\phi - \psi_0)} = 1 + 2v_1 \cos(\phi - \psi_0) + 2v_2 \cos(2(\phi - \psi_0)) \quad (2.2)$$

$N$  は方位角方向に等方的な放出粒子数、 $\phi$  は生成されたハドロンの放出方位角をあらわす。

ここで、第1項を Radial Flow、第2項を Directed Flow、第3項を Elliptic Flow と呼ぶ。また  $\psi_0$  は前述の Reaction plane である。各 Flow の特性を次に述べる。

### 2.3.2 Radial flow

Radial Flow とは、方位角方向に対し生成ハドロンの等方的な集団的運動の事を言う。Reaction plane の方向には依存しない。(図 2.4 参照)

### 2.3.3 Directed flow

Directed Flow の大きさは、式 (2.2) の  $v_1$  であらわされる。 $v_1 < 0$  の時は、Reaction plane 内のある一方向に偏り、 $v_1 > 0$  の時は Reaction plane 内の逆方向に偏る。(図 2.5 参照)

また、Directed Flow は Rapidity<sup>4</sup>依存性が大きく Beam(Target) rapidity 領域では最大になり、Mid-rapidity 領域では小さい。

### 2.3.4 Elliptic flow

Elliptic Flow の大きさは、式 (2.2) の  $v_2$  であらわされる。 $v_2 > 0$  の時は Reaction plane 内に長軸があるような楕円状の偏りがあり、これを in-plane の Elliptic Flow

---

<sup>4</sup>付録 A 参照

と呼ぶ。 $v_2 < 0$ の時は Reaction plane の垂直方向に長軸があるような楕円状の偏りがあり、これを out-of-plane の Elliptic Flow と呼ぶ。(図 2.6 参照)

## 第1項 Radial Flow

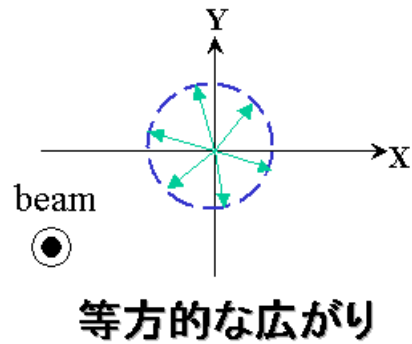


図 2.4: Radial Flow は、Beam 軸に対して等方的な粒子の広がり

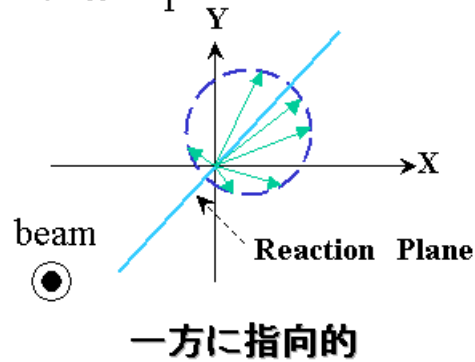
第2項  $v_1$  Directed Flow

図 2.5: Directed Flow は、Beam 軸に対して Reaction plane 内の一方に指向的な粒子の広がり

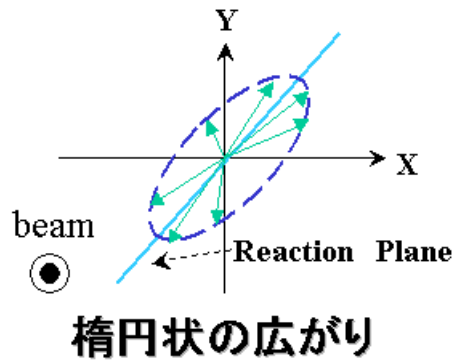
第3項  $v_2$  Elliptic Flow

図 2.6: Elliptic Flow は、Beam 軸に対して Reaction plane 内に軸を持つ楕円状の粒子の広がり



## 2.4 Flow と QGP 生成

衝突直後の反応関与部の状態は、生成されたハドロン同士が 1 粒子あたり数回の衝突をする程度になった時から、流体力学に従うと考えられている。この状態でハドロンの運動は、物質の状態方程式、運動の保存則、初期状態に従うと考えられる。

流体力学によると、集団的運動は物質の状態方程式によって決まる圧力の勾配が最大の方向に発生する。1 次の QGP 相転移では、潜熱にエネルギーが食われるためにエネルギー増加に対して圧力の上昇は起こらない。集団的運動の大きさを Beam エネルギーに対して測定すれば、QGP 相転移に相当するエネルギーにおいて集団的運動の大きさに特徴的な低下が観測されると予測されている。

### 2.4.1 Directed Flow と QGP

Directed Flow の大きさと Beam エネルギーとの関係を予測した図 2.7 を示す。この図の縦軸は Directed Flow 大きさ、横軸が Beam エネルギーである。

理論的なシミュレーションによる値ではあるが、 $E_{lab} = 10 A \text{ GeV}$  周辺において QGP 相が存在すると仮定した場合は、Directed Flow の大きさが急激に減少している。

QGP 相が重イオン衝突によって生成したとしたら、この図が示すように Directed Flow の大きさが急激に減少する事が予想されるであろう。

### 2.4.2 Elliptic Flow と QGP

Elliptic Flow の大きさと Beam エネルギーとの関係を理論的に予測した図 2.8 を示す。この図の縦軸は Elliptic Flow 大きさ  $v_2$  で、横軸が Beam エネルギーである。

この図からは QGP 相の存在の証拠となる  $v_2$  の急激な減少を読み取る事はできない。しかし Directed Flow の大きさが QGP 相の存在によって急激に減少すると予想される  $10 A \text{ GeV}$  前後で proton,  $\pi$  中間子共に out-of-plane から in-plane に変わっているが、 $K^+$  中間子は out-of-plane のままである。

Beam エネルギーが小さい領域では反応傍観部 (Spectator) が飛び去る時間に比べて、反応関与部 (Participant) でハドロンが生成する時間の方が短く、反応傍観部が壁になってハドロンが Reaction plane 内に飛び出していこうとするのを妨げる。そのため生成ハドロンは、Reaction plane に垂直な方向に放出されると考えられているのである。この現象を Squeeze out と呼ぶ。

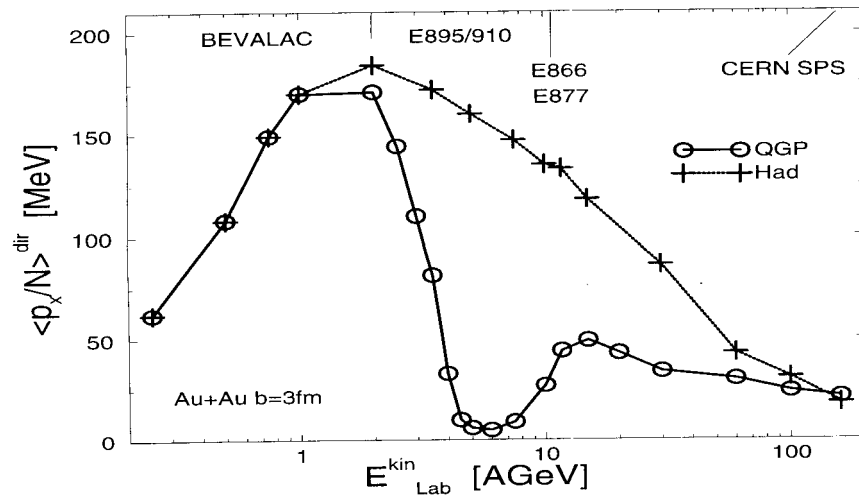


図 2.7: QGP 相が存在したと仮定した場合と、存在しないと仮定した場合の Beam エネルギーに対する Directed Flow の大きさ

しかし  $K^+$  中間子は out-of-plane を示す事から、流体力学的な解釈だけでは説明できない 他 の 効果があるのではないかと考えられている。Beam エネルギー 10 AGeV 付近での この  $K^+$  中間子の効果は、とても興味深い。QGP 相の存否との関連については、まだ解析が待たれる段階である。

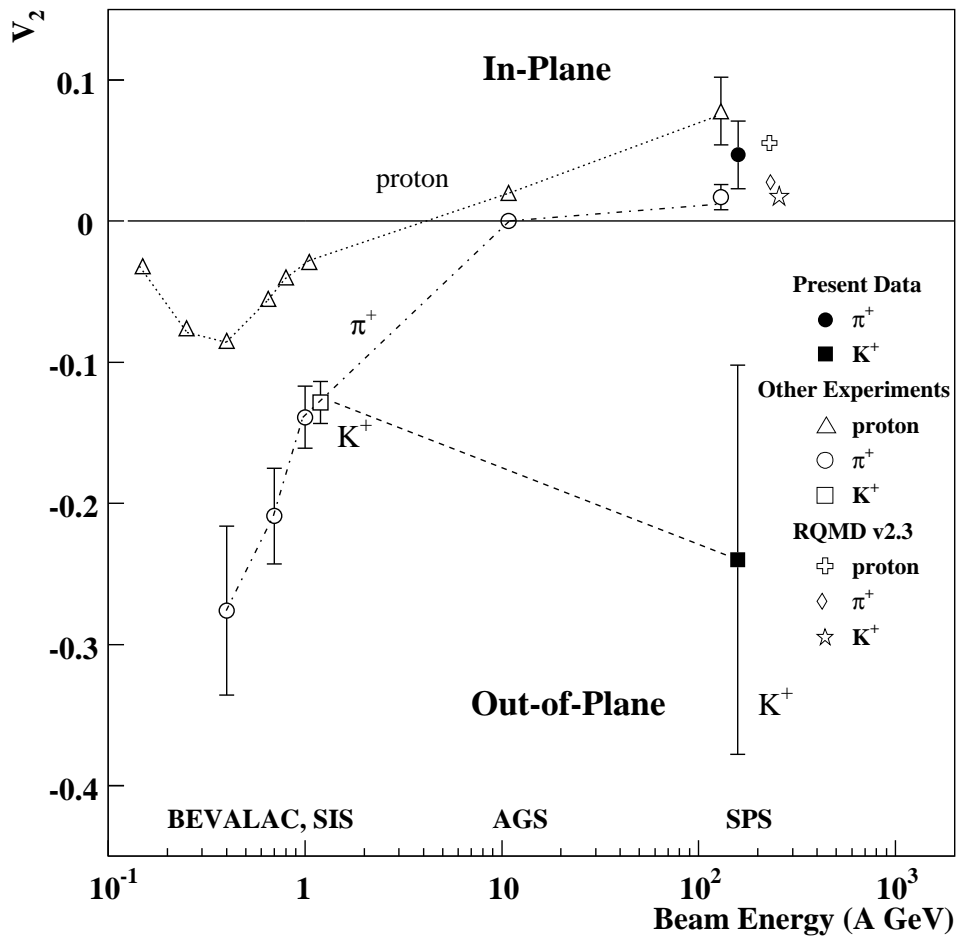


図 2.8: Beam Energy と Elliptic Flow の大きさ  $v_2$



## 第3章 シミュレーション

前章の 2.4 で述べたように QGP 相の存在を証明するには、そのシグナルの一つとして考えられている Collective Flow の減少を観測する必要がある。そこで、2.3 で述べた式 (2.2) より、Collective Flow を Fourier 解析した First Order の Directed Flow の大きさ  $v_1$ 、Second Order の Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  を評価したい。

しかし、PHENIX 検出器は、Mid-rapidity 領域しか覆っていないので、この領域で Directed Flow の大きさ  $v_1$  を解析する事は PHENIX 検出器においては適当ではない。そこで、Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  を解析しようという試みがなされている。

2.4.2 でも述べたが、図 2.8 からわかるようにこれまでの実験結果からは Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  の QGP 相生成シグナルとなる急激な減少を実験的に読み取る事はできていない。現在では加速器のエネルギーを上げる努力とともに、 $v_2$  の値の解析方法が様々提案されている。

今回は  $v_2$  を解析する方法を 2 通り考えた。その両解析方法で、PHENIX 検出器に限らず いろいろな検出器を想定してシミュレーションを行った。

### 3.1 Reaction plane の決定

まず、反応のメカニズムを知るための重要な物理量である Reaction plane の計算方法を示す。

Elliptic Flow は、QGP 相生成が予測される Beam エネルギーの領域ではハドロンが Reaction plane 内に多数放出される in-plane である。<sup>1</sup>そこで次の式 (3.1) から Reaction plane を計算する。

$$\tan 2\psi_0 = \frac{\sum_i \sin 2\phi_i}{\sum_i \cos 2\phi_i} \quad (3.1)$$

ここで、 $\psi_0$  を Reaction plane とする。 $\phi_i$  は検出器に入ったハドロンの放出方向の方位角をあらわす。Directed Flow より Reaction plane を計算する式は 2.2.2 を参照のこと。

---

<sup>1</sup>図 (2.8) 参照

## 3.2 Acceptanceの影響

次に、解析に必要なデータの処理について述べる。

PHENIX 検出器に限らず、他の検出器における実験でも Dead Area が存在する事がある。このような状況で検出されたハドロン粒子数には、Collective Flow による偏りと、検出器の Acceptance の影響による偏りが同時にあったと考えられる。

方位角方向  $\phi_i$  にある cell に、荷電粒子が検出される確率は  $P_{acc}(i)$  である。また、Collective Flow が発生すると、 $\phi_i$  にある cell には Flow による確率  $P_{flow}(i)$  で荷電粒子が検出される。よってこの検出器を用いて荷電粒子を検出すると、 $\phi_i$  の cell に荷電粒子が検出される確率  $P_{data}(i)$  は、Acceptance の影響と Collective Flow の影響を同時に受けるため、

$$P_{data}(i) = P_{acc}(i) \times P_{flow}(i) \quad (3.2)$$

となる。

Flow の効果のみを解析するためには、検出器の Acceptance の影響を取り除くという処理が必要である。

以下、Acceptance の影響を取り除くデータの処理方法を 3.2.1、3.2.2 で述べていく。

### 3.2.1 Event Mixing

Acceptance の影響を実験データから取り除く一つの方法として考えられるのが、Acceptance の影響のみの確率分布を求めて、実験データとの比をとるという処理方法である。

式 (3.2) より明らかなように、 $\phi_i$  方向に Flow の効果のみで荷電粒子が検出される確率は次式 (3.3) のようになる。

$$P_{flow}(i) = \frac{P_{data}(i)}{P_{acc}(i)} \quad (3.3)$$

この事から、Acceptance の影響のみで  $\phi_i$  方向に荷電粒子が検出される確率  $P_{acc}(i)$  を求めればよい。この確率分布を Mixed Event と呼ぶ。また、実験から得られた確率分布 ( $P_{data}(i)$  分布) を Real Event と呼ぶ。

**Mixed Event** の作り方 A 番目の衝突 (Evnet A) で生成される荷電粒子のうち  $i$  番目の荷電粒子が検出される方位角を  $\phi_i^A$  とする。ここで  $i$  は多重度に対応している。

Real Event は同じ衝突の中から選んだ 2 つの粒子の放出方位角を組み合わせた差値、

$$\phi_{i_x}^A - \phi_{i_y}^A$$

の分布である。この分布は  $\phi_i^A$  が  $360^\circ$  に対して一様ではない場合、Acceptance の影響を受けた分布になる。PHENIX 検出器の PAD CAMBER 1 の Acceptance の場合、図 (3.1) のような分布になる。

また、Mixed Event は、

$$\phi_{i_x}^A - \phi_{j_z}^B$$

の値の分布であらわされる。この分布は 検出器の Acceptance のみの影響で偏った分布である。もちろん、検出器の Acceptance の影響がなく、どの方位角方向に対しても一様な確率で荷電粒子が検出される場合 (検出器が方位角方向に対して  $360^\circ$  覆っている場合) は、Mixed Event は偏りの無い一様な分布になるはずである。PHENIX 検出器の PAD CHAMBER 1 の Acceptance の場合は、図 (3.2) のような分布になる。

### 3.2.2 Flattening the Reaction Plane Distribution

本来は 一様に分布するはずの Reaction plne の分布が、例えば PHENIX 検出器の PAD CHAMBER 1 の Acceptance の場合、式 (3.1) で求められる値の分布は Acceptance の影響を受けてある偏りを持つ。図 (3.3) の鋭い分布を参照。

この Reaction plane の分布を一様にするため適当な補正をして Acceptance の影響を取り除き、その値で計算しようとする処理方法を Reaction plane 分布の Flattening と呼ぶ事にする。

Reaction plane  $\psi_0$  を算出する式 (3.1) は、次式 (3.4) と同値である。

$$\tan 2\psi_0 = \frac{\langle \sin 2\phi_i \rangle}{\langle \cos 2\phi_i \rangle} \quad (3.4)$$

よって、検出器の Acceptance が存在する方向に  $\psi_0$  は偏ってしまう。そこで、Fourier 解析により適当な補正項  $\Delta\psi$  を作って

$$2\psi_0^{flat} = 2\psi_0 + \Delta\psi$$

と補正し、 $\psi_0^{flat}$  の一様分布にする処理を施すのである。

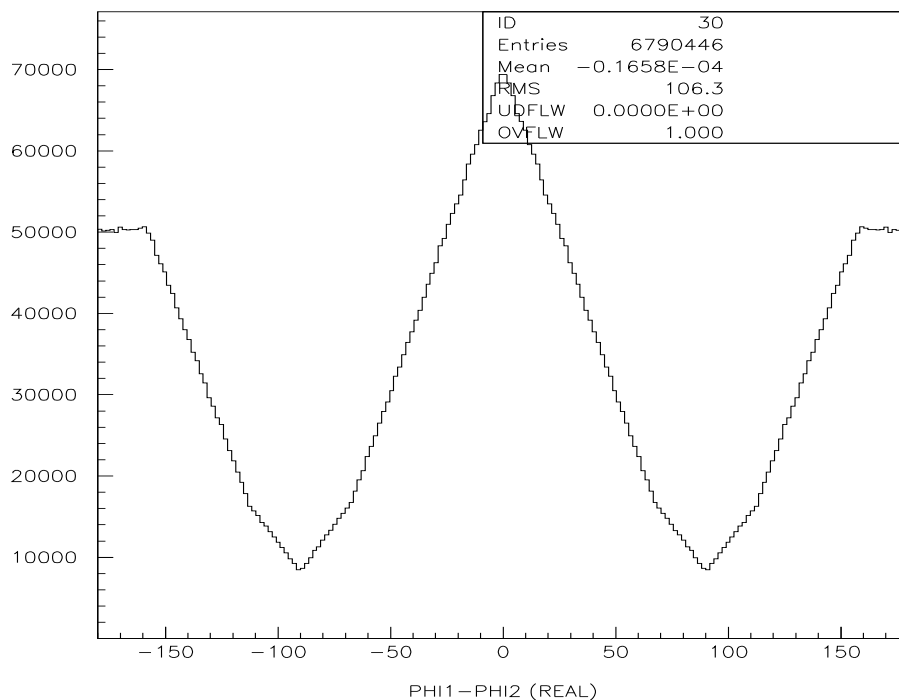


図 3.1: PHENIX 検出器 PAD CHAMBER 1 の Acceptance から得られる Real Event( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた時)

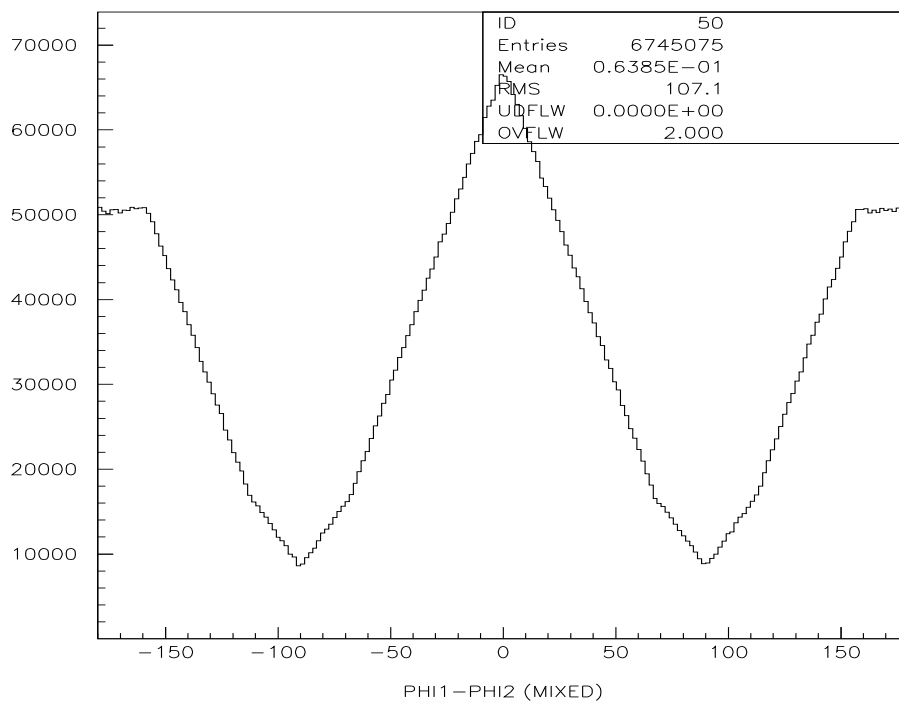


図 3.2: PHENIX 検出器 PAD CHAMBER 1 の Acceptance から得られる Mixed Event( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた時)



$\Delta\psi$  の計算 ここで、補正項  $\Delta\psi$  を算出する式 (3.5) を示す。<sup>2</sup>

$$\Delta\psi = \sum_n (A_n \cos(n \times 2\psi_0) + B_n \sin(n \times 2\psi_0)) \quad (3.5)$$

$$A_n = -\frac{2}{n} \langle \sin(n \times 2\psi_0) \rangle, B_n = \frac{2}{n} \langle \cos(n \times 2\psi_0) \rangle \quad (3.6)$$

ここで、 $\langle \rangle$  は、全衝突での平均値を指す。また、 $n$  の値によって、Fourier の高次の項までの重ね合わせで補正項を作れば、 $\psi_0^{cal}$  分布がどんなに鋭くなっても一様な分布  $\psi_0^{flat}$  にする事ができる。

この補正により、PHENIX 検出器の PAD CHAMBER 1 の Acceptance の場合の  $\Delta\psi$  と  $\psi_0$  の関係を見ると図 (3.4) のようになり、補正した後の Reaction plane  $\psi_0^{flat} \times 2$  は図 (3.3) の点線のような一様な分布になる。

---

<sup>2</sup>Directed Flow の場合、 $2\psi_0 \rightarrow \psi_0$  とすればよい。

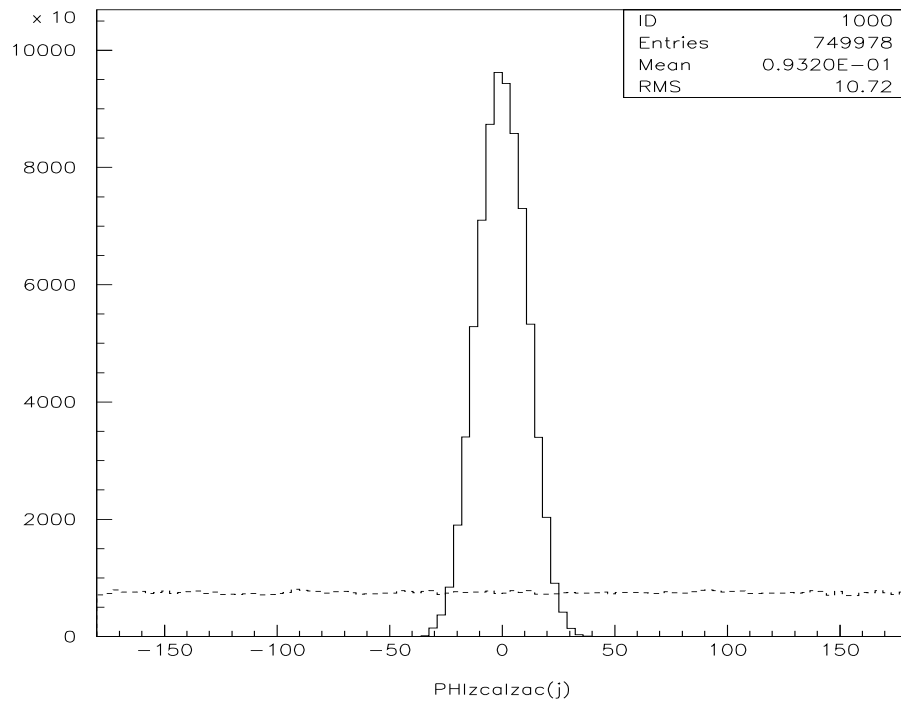


図 3.3: PHENIX 検出器 PAD CHAMBER 1 の Acceptance から得られる Reaction plane  $\psi_0$  と、補正後の Reaction plane  $\psi_0^{flat} \times 2$  の分布 ( $v_2 = 0.1$  で発生させた時)

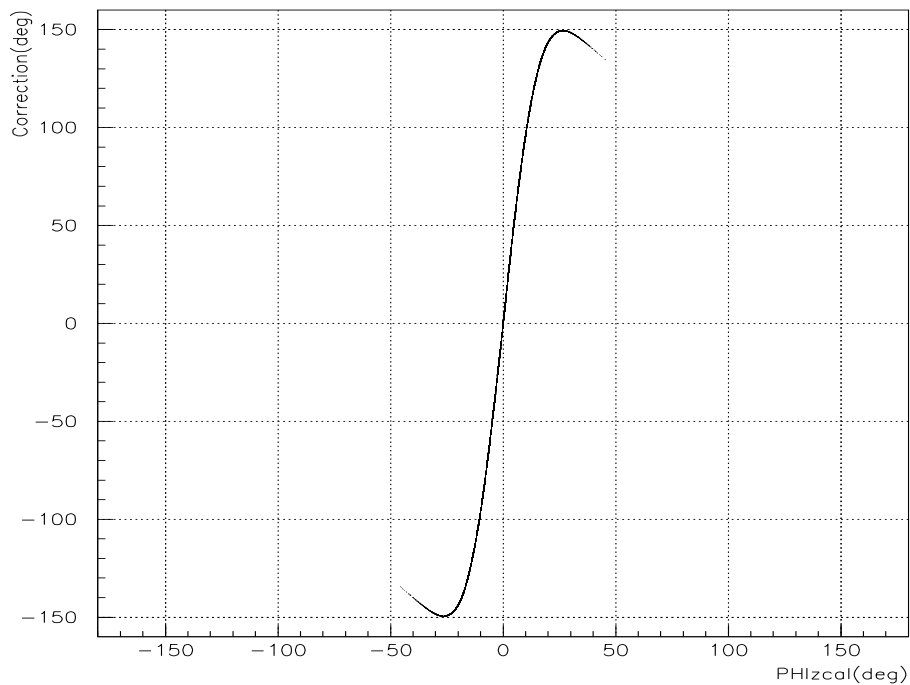


図 3.4: PHENIX 検出器 PAD CHAMBER 1 の Acceptance から得られる Reaction plane の補正項  $\Delta\psi$ (deg)。縦軸は  $\Delta\psi$ 、横軸は  $\psi_0$

### 3.3 2通りの解析方法

以上のような、検出器に依存する Acceptance の影響を取り除く処理法を用いて次に述べる 2通りのシミュレーションで  $v_2$  を解析した。

シミュレーションの際、PHENIX 検出器の Acceptance だけではなく他のセットアップの Acceptance でも解析した。実際には 次図 (3.5) の 3通りを考えた。(ここで、中央の図が PHENIX 検出器の PAD CHAMBER 1 の Acceptance である。)

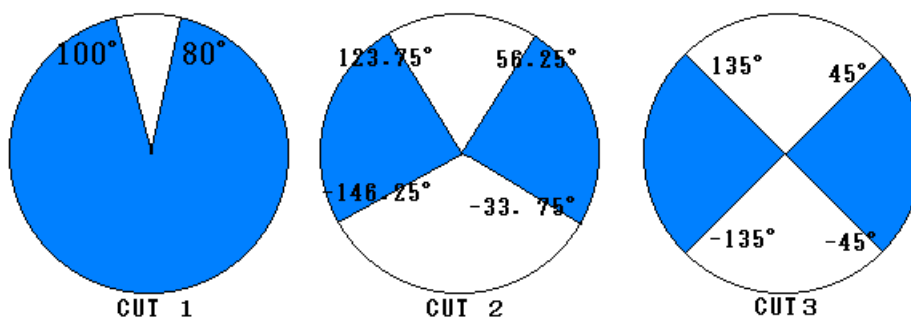


図 3.5: 3つの Setup の Acceptance。左から順にセットアップ 1、セットアップ 2、セットアップ 3。

#### 3.3.1 Reaction plane 分布の Flattening

3.2.2 で前述した通り、実験での Reaction plane  $\psi_0$  は実際はランダムに決まる値であるはずだが、式 (3.1) によって求められる値  $\psi_0^{cal}$  は図 (3.3) の実線のように一様ではなく、検出器の Acceptance が存在する方向に偏ってしまう。そのため、Reaction plane  $\psi_0$  分布の Flattening (図 (3.3) のように一様な分布にする方法) を施す。

以下にシミュレーションによる解析手順を示す。

1. 乱数によって Reaction plane  $\psi_0$  ( $-180^\circ < \psi_0 < 180^\circ$ ) を決める。
2. 生成ハドロンの Multiplicity<sup>3</sup>を設定し (150 に設定)、乱数によって次式 (3.7) のような Collective Flow に従った方位角分布を作る。

$$N(\phi) = N_0(1 + 2v_1 \cos(\phi + \psi_0) + 2v_2 \cos 2(\phi + \psi_0) + 2v_3 \cos 3(\phi + \psi_0) + 2v_4 \cos 4(\phi + \psi_0)) \quad (3.7)$$

<sup>3</sup>発生粒子の多重度のこと。

ここで、 $N(\phi)$  は  $\phi$  方向の粒子数を意味する。 $N_0$  と  $v_1, v_2, v_3, v_4$  は、パラメータである。今回のシミュレーションは Elliptic Fow の大きさ  $v_2$  の解析なので、 $v_1 = 0.1, v_3 = v_4 = 0$  に固定した。

3. 図 3.5 のセットアップ 1、2、3 の Acceptance に従って、上で発生させた  $\phi$  分布を切る。
4. 出来上がった  $\phi$  分布から Reaction plane  $\psi_0^{cal}$  を計算する。計算式は式 (3.1) に従う。
5. 以上で 1Event 発生させた。このような Event を 30k Event 発生させて、Reaction plane  $\psi_0^{cal}$  の分布を作た。
6. 前述の 3.2.2 にしたがって、 $\Delta\psi$  を作り補正し、上で出来た Reaction plane  $\psi_0^{cal}$  の分布を Flattening する。図 (3.6),(3.3),(3.8) は、セットアップ 1、2、3 での  $\psi_0^{cal}$  分布 (実線) と、補正後の Reaction plane  $\psi_0^{flat} \times 2$  (点線) である。

$$2\psi_0^{flat} = 2\psi_0^{cal} + \Delta\psi$$

7. 次の式 (3.8) のように  $\psi_0^{flat}$  で全ての Event を再構成する。

$$N(\phi - \psi_0^{flat}) = N_0(1 + 2v_1 \cos \phi + 2v_2 \cos 2\phi + 2v_3 \cos 3\phi + 2v_4 \cos 4\phi) \quad (3.8)$$

8. また、Reaction plane  $\psi_0^{flat}$  の分解能を次の式で定義する。<sup>4</sup>

$$\sigma = \langle \cos(\psi_0^{flat} - \psi_0) \rangle \quad (3.9)$$

ここで  $\langle \rangle$  は、全 Event の平均を意味する。

9. 式 (3.8) で再構成した分布を次式 (3.10) で Fitting した。 $F_0, v_1, v_2, v_3, v_4$  をパラメータとした。

$$F_1(\phi) = F_{01}(1 + 2v_1 \cos \phi + 2v_2 \cos 2\phi + 2v_3 \cos 3\phi + 2v_4 \cos 4\phi) \quad (3.10)$$

Fitting で得られた  $v_2^{fitting}$  に、Reaction plane  $\psi_0^{flat}$  の分解能の補正をする。

$$v_2 = \frac{v_2^{fitting}}{\sigma}$$

以上のような手順で、Reaction plane 分布の Flattening を行い  $v_2$  を評価した。

---

<sup>4</sup>この値は Fourier 解析に従う。参考文献 5 参照

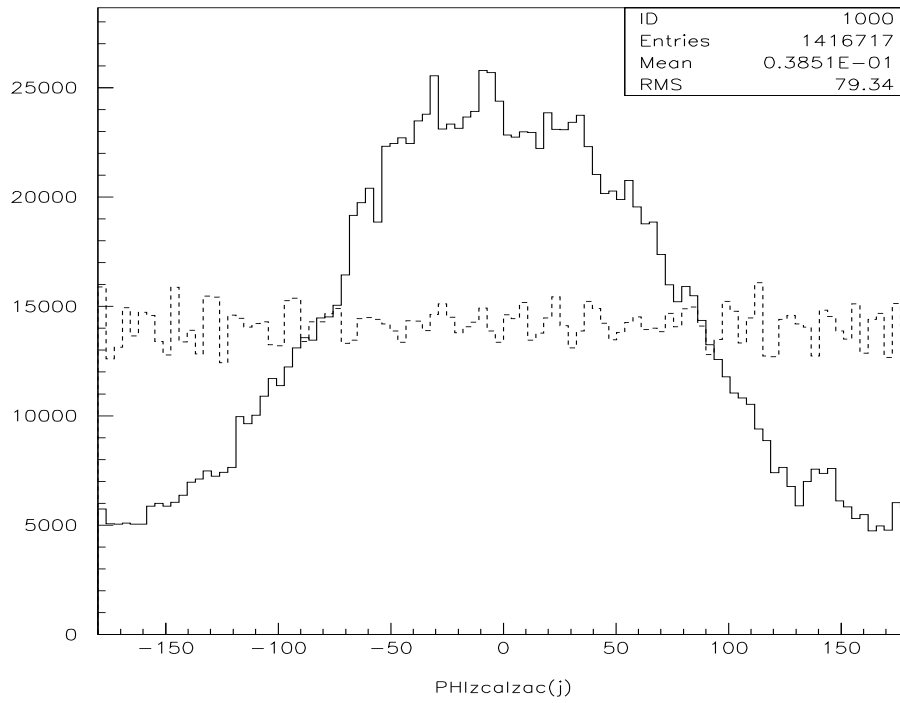


図 3.6: セットアップ 1 の Acceptance から得られる Reaction plane  $\psi_0^{cal}$  と、補正後の Reaction plane  $\psi_0^{flat} \times 2$  の分布。  $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた。(横軸 [deg])

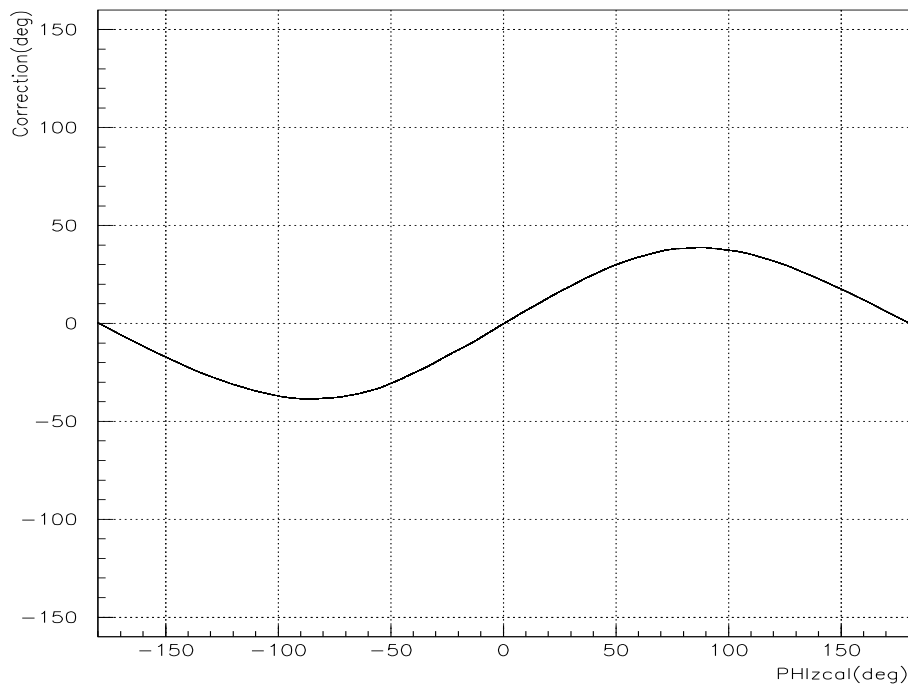


図 3.7: セットアップ 1 の Acceptance から得られる Reaction plane の補正項  $\Delta\psi$  (縦軸 [deg]) と、計算によって求められた Reaction plane  $\psi_0^{cal}$  (横軸 [deg])

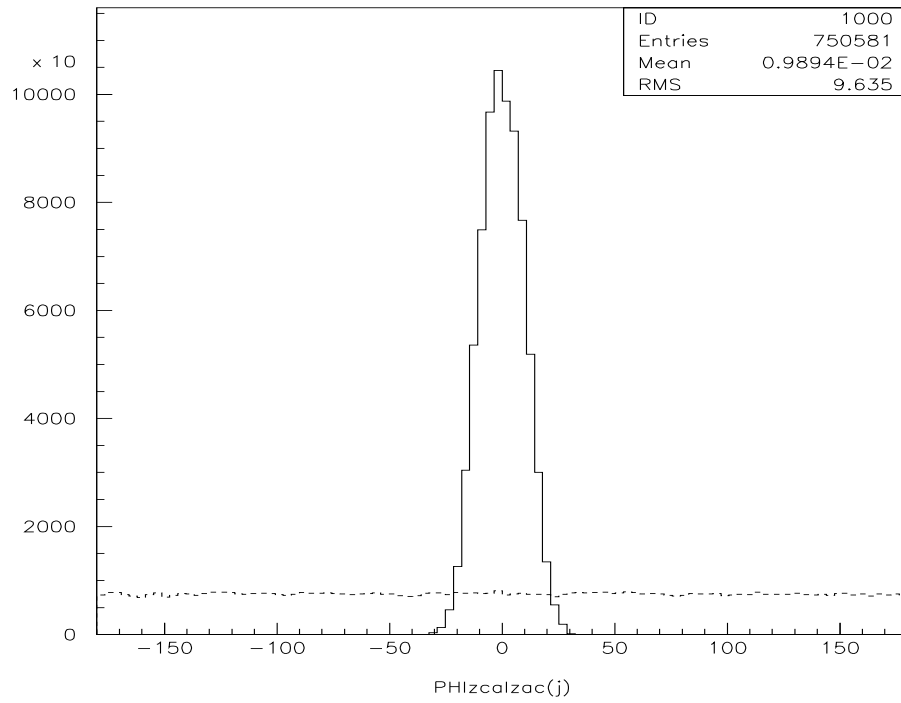


図 3.8: セットアップ3の Acceptance から得られる Reaction plane  $\psi_0^{cal}$  と、補正後の Reaction plane  $\psi_0^{flat} \times 2$  の分布。  $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた。(横軸 [deg])

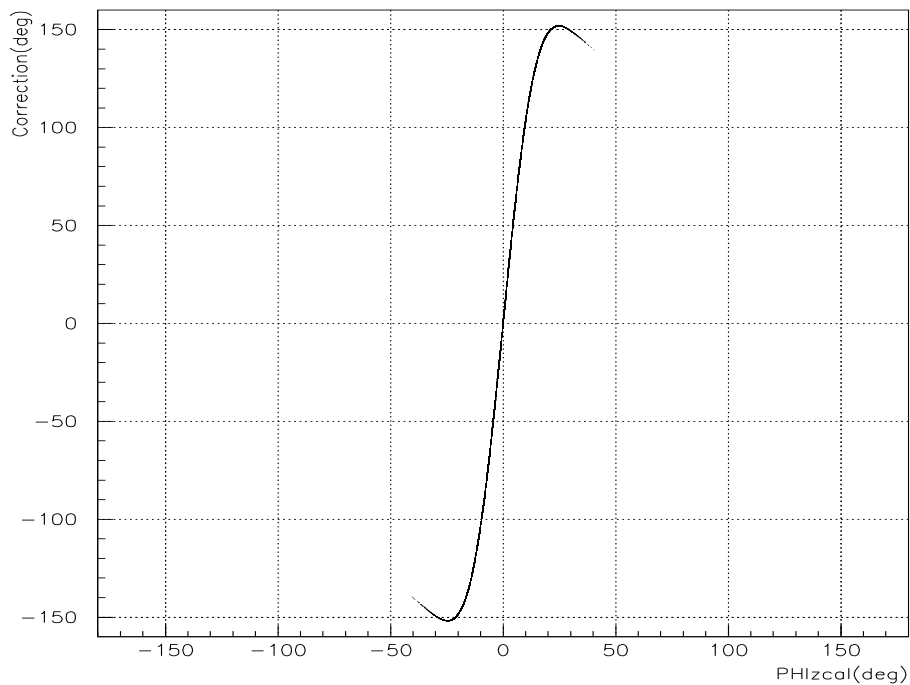


図 3.9: セットアップ3の Acceptance から得られる Reaction plane の補正項  $\Delta\psi$  (縦軸 [deg]) と、計算によって求められた Reaction plane  $\psi_0^{cal}$  (横軸 [deg])

### 3.3.2 2粒子間の方位角差

Reaction plane  $\psi_0$ を決める必要のない方法が、ここで述べる解析方法である。

1回の衝突で生成されるハドロン放出方向の方位角を  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_{Multiplicity}$  とする。その全ハドロンのうち、検出器で検出されるハドロンの2粒子の組合せを全て考え、その2粒子の方位角差  $\Delta\phi$  の分布を作る事によって解析する。

以下にシミュレーションの流れを記述する。

1. 乱数によって Reaction plane  $\psi_0$  ( $-180^\circ < \psi_0 < 180^\circ$ ) を決定する。
2. 生成ハドロンの Multiplicity を設定し、乱数によって式 (3.7) のような Flow に従った方位角分布を作る。  
ここで、 $N(\phi)$  は  $\phi$  方向の粒子数を意味する。 $N_0$  と  $v_1, v_2, v_3, v_4$  は、パラメータであり、今回のシミュレーションは Elliptic Flow の強さ  $v_2$  の解析なので、 $v_1 = 0.1, v_3 = v_4 = 0$  に固定した。
3. セットアップ 1、2、3 の Acceptance に従って、上で発生させた  $\phi$  分布を切る。

以上までは、3.3.1 と同じ要領で Collective Flow に従って検出されるハドロンの  $\phi$  分布を作る。

4. 出来上がった  $\phi$  分布で全ての粒子に関し、 $\Delta\phi = \phi_i - \phi_j$  を計算し、 $\Delta\phi$  分布を作る。各セットアップそれぞれ図 (3.10),(3.1),(3.12) のようになる。これは Real Event である。
5. Real Event は Acceptance の影響を受けているため、その影響を取り除く事が必要になる。そこで、Mixed Event を作る。Mixed Event に関しては、3.2.1 で述べたように別の衝突によって生成したハドロンの放出方位角  $\phi$  との組合せを考えればよい。そこで、A 番目の衝突と B 番目の衝突から

$$\Delta\phi_m = \phi_i^A - \phi_j^B$$

の分布を作る。この分布は Mixed Event で、Acceptance の影響のみを受けた  $\phi$  分布である。図 (3.11),(3.2),(3.13)。

6. 統計を増やし、

$$\frac{Real}{Mixed}$$

によって Acceptance の影響を取り除く。<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup>Event Mixing に関しては、3.2.1 を参照。

7. 上式から求められた分布を次式 (3.11) で Fitting し、パラメータである  $V_2$  を求めた。

$$F_2(\Delta\phi) = F_{0_2}(1 + 2V_1 \cos \Delta\phi + 2V_2 \cos 2\Delta\phi + 2V_3 \cos 3\Delta\phi + 2V_4 \cos 4\Delta\phi) \quad (3.11)$$

8. 初めに設定した  $v_2$  の値と解析結果から得られた  $V_2$  の値の相関を見る。
9.  $V_2$  と  $v_2$  の相関より、上の式より求めた  $V_2$  から  $v_2$  を算出する。

以上のような手順で  $V_2$  を計算し、Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  を解析する。



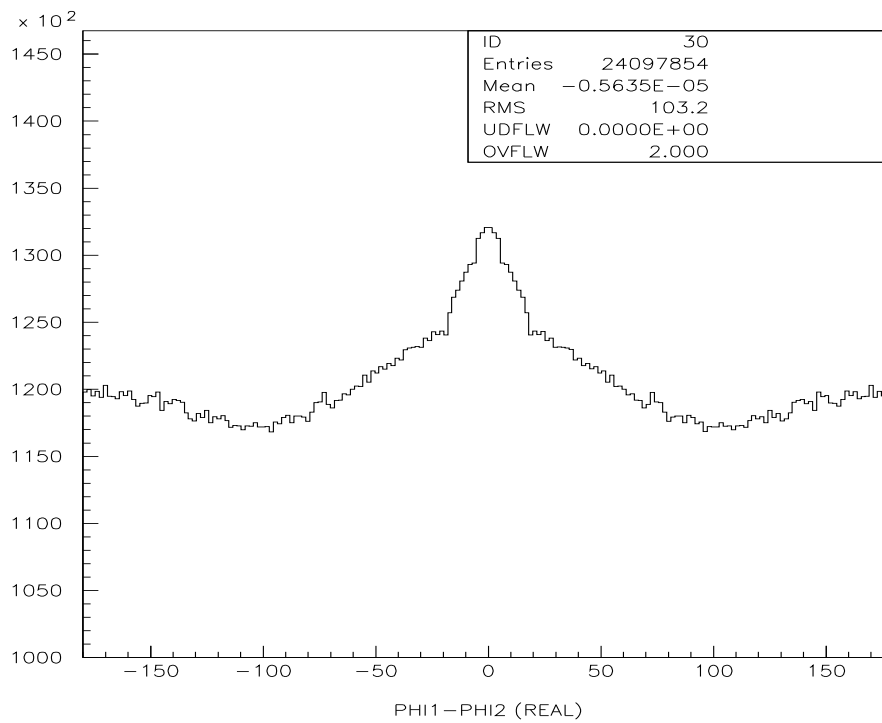


図 3.10: セットアップ 1 の Acceptance から得られる Real Event( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた時)

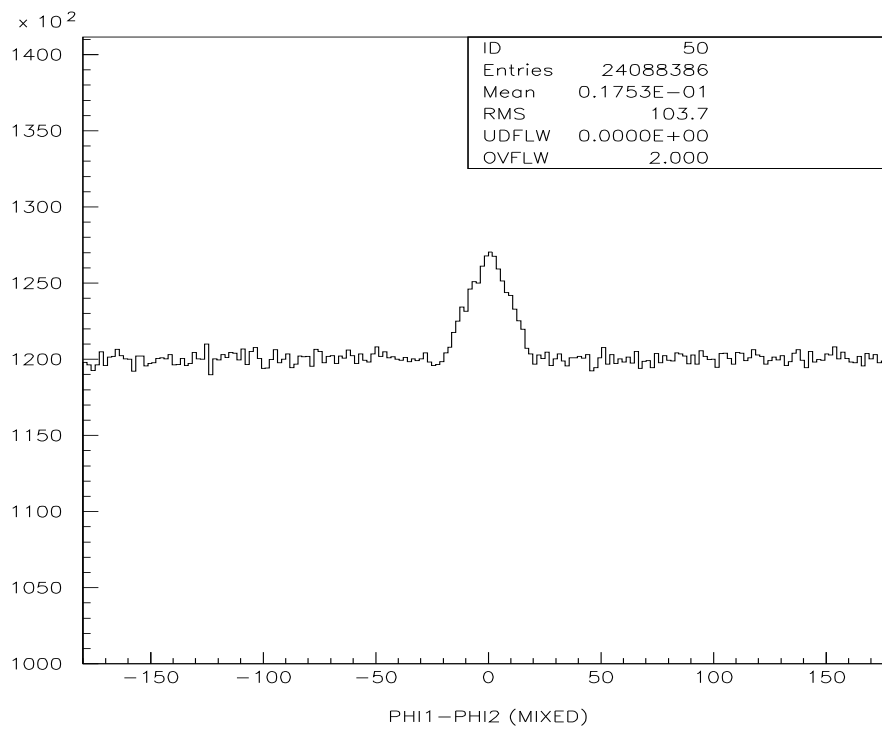


図 3.11: セットアップ 1 の Acceptance から得られる Mixed Event( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた時)

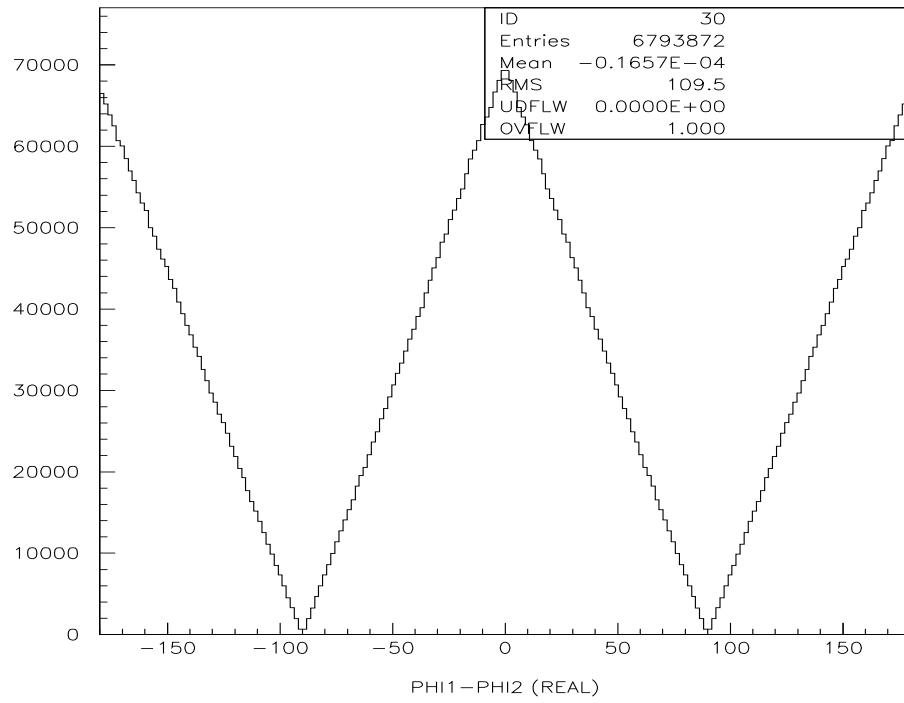


図 3.12: セットアップ 3 の Acceptance から得られる Real Event ( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた時)

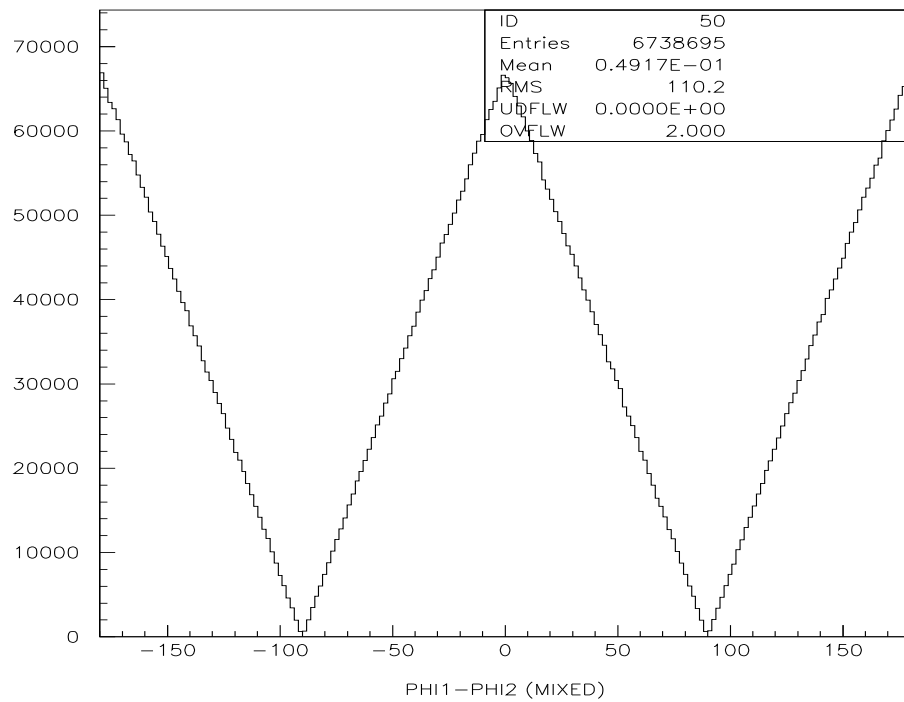


図 3.13: セットアップ 3 の Acceptance から得られる Mixed Event ( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた時)

## 第4章 シミュレーションの結果

前章3で述べた2解析方法

1. Reaction plane の Flattening による解析
2. 2粒子の方位角差の分布からの解析

で、図(3.5)のセットアップそれぞれについてシミュレートした結果を以下に述べる。

### 4.1 Reaction plane の Flattening による方法の結果

前章では、Reaction plane  $\psi_0^{cal}$  を一様分布にするような補正項を考えた。そこで、 $\psi_0^{flat}$  を用いて再構成した結果、各セットアップで図(4.1),(4.2),(4.3)のようになった。点線は、発生させた  $\psi_0$  の値で再構成した分布である。

$\psi_0$  で再構成した分布と  $\psi_0^{flat}$  で再構成した分布を比較すると、 $\psi_0^{flat}$  で再構成した分布の方が振幅が小さい。これは、Reaction plane の分解能に因ると考えられるため、式(3.9)で与えられる  $\sigma$  で補正する必要がある。セットアップによっては、きれいに Fitting されていない。これは、式(3.1)で得られる Reaction plane  $\psi_0^{cal}$  の分布が  $\psi_0^{cal} = 0$  で鋭くなり、Flattening の方法だけでは Acceptance の影響を完全に取り除けないからではないかと考えられる。

そこで、Fitting によってパラメータ  $v_2^{fitting}$  を算出する方法とは別に、Fourier 係数の計算式より

$$v_2^{cal} = \langle \cos 2(\psi_0^{flat} - \phi_i) \rangle \quad (4.1)$$

という式から得られる  $v_2^{cal}$  も同様に計算した。

両結果を次の表(4.1),(4.2)に示す。

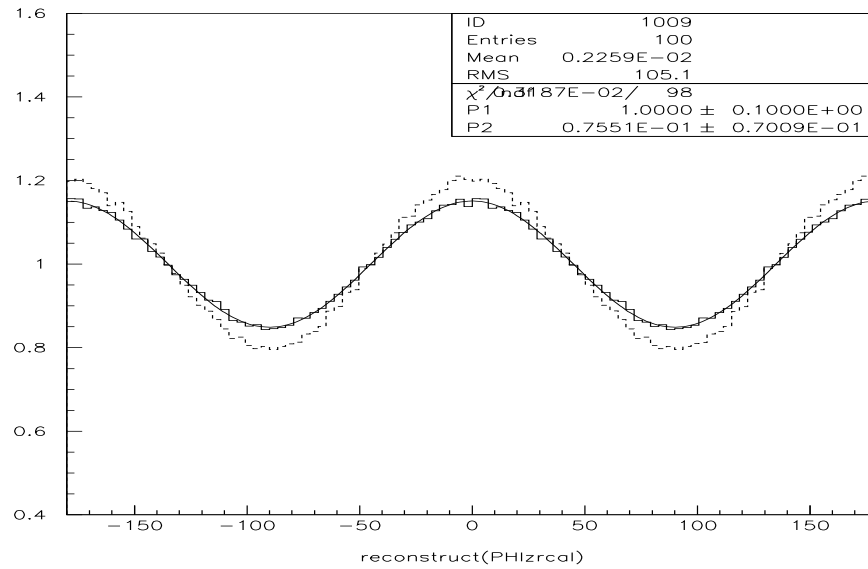


図 4.1: セットアップ 1 の Acceptance の再構成した図。 ( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた); 点線は  $\psi_0$  で再構成した図

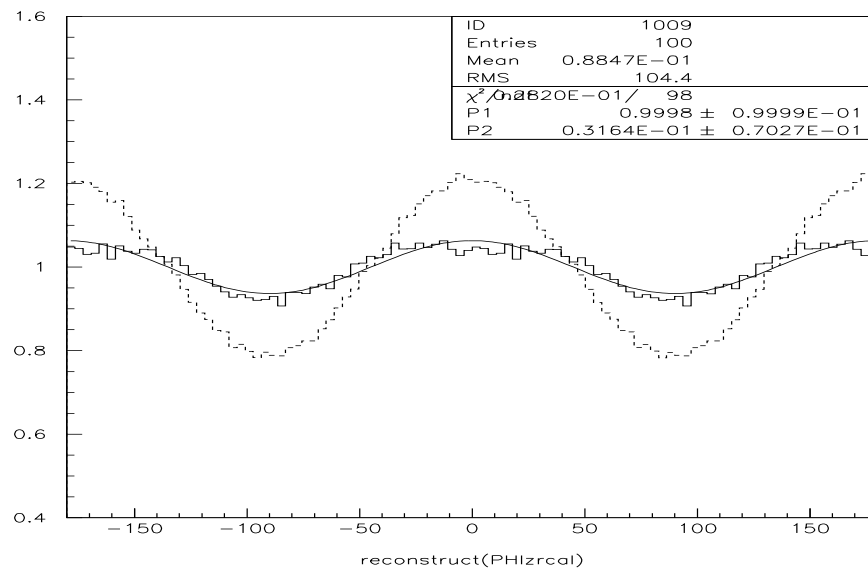


図 4.2: PHENIX 検出器の Acceptance(セットアップ 2) の再構成した図 ( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた); 点線は  $\psi_0$  で再構成した図

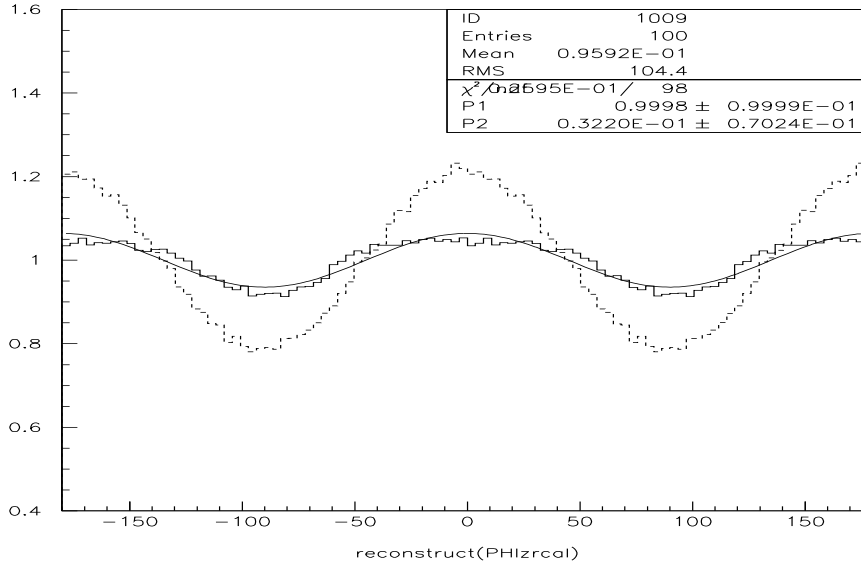


図 4.3: セットアップ 3 の Acceptance の再構成した図 ( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$  で発生させた); 点線は  $\psi_0$  で再構成した図

	$v_2^{gen}$	$v_2^{fitting}$	$v_2^{cal}$	分解能 $\langle \cos(\psi_0^{flat} - \psi_0) \rangle$
Set-up1	0.05	$2.31 \times 10^{-2} \pm 4.1 \times 10^{-4}$	$2.31 \times 10^{-2}$	0.454
Set-up1	0.1	$7.55 \times 10^{-2} \pm 4.1 \times 10^{-4}$	$7.55 \times 10^{-2}$	0.755
Set-up2	0.05	$1.01 \times 10^{-2} \pm 5.7 \times 10^{-4}$	$1.00 \times 10^{-2}$	0.149
Set-up2	0.1	$3.16 \times 10^{-2} \pm 5.7 \times 10^{-4}$	$3.14 \times 10^{-2}$	0.309
Set-up3	0.05	$7.26 \times 10^{-3} \pm 5.7 \times 10^{-4}$	$7.25 \times 10^{-3}$	0.169
Set-up3	0.1	$3.21 \times 10^{-2} \pm 5.7 \times 10^{-4}$	$3.18 \times 10^{-2}$	0.324

表 4.1: シミュレーションで得られた  $v_2$  の値 (ここで  $v_2^{gen}$  は発生させた  $v_2$ )

	$v_2^{gen}$	補正した $v_2^{fitting}$	補正した $v_2^{cal}$
Set-up1	0.05	$5.08 \times 10^{-2}$	$5.08 \times 10^{-2}$
Set-up1	0.1	$9.99 \times 10^{-2}$	$9.99 \times 10^{-2}$
Set-up2	0.05	$6.76 \times 10^{-2}$	$6.72 \times 10^{-2}$
Set-up2	0.1	$0.10 \times 10^{-2}$	$0.10 \times 10^{-2}$
Set-up3	0.05	$4.27 \times 10^{-2}$	$4.27 \times 10^{-3}$
Set-up3	0.1	$9.92 \times 10^{-2}$	$9.83 \times 10^{-2}$

表 4.2: シミュレーションで得られた、Reaction plane の分解能で補正した  $v_2$  の値

以上の結果から、Reaction plane  $\psi_0$  の Flattening による方法は、Acceptance に依存しない解析方法である。

## 4.2 2粒子間の方位角差分布による方法の結果

前章の 3.3.2 で記述したように、各セットアップの Real Event と Mixed Event から、Acceptance に依存しない  $\Delta\phi$  の分布を求める。

$$\frac{Real}{Mix}$$

として Acceptance の影響を取り除いた結果の分布を示すと、図 (4.4),(4.5),(4.6) のようになった。

図からも明らかだが、どのセットアップも同じ形になっており、Acceptance の影響を取り除けている事が分かる。

セットアップ 2, 3 は Beam 軸に対する方位角を  $180^\circ$  しか覆ってなく、特にセットアップ 3 は

$$\phi_i - \phi_j$$

の計算で与えられない  $90^\circ$  付近で、誤差が大きくなっているため、Fitting の際には、誤差に重みをつけた。

そこで、得られた Acceptance に依存しない分布を  $\Delta\phi$  に対応する式 (3.11) で Fitting して、パラメータ  $V_2$  の値を得る。

$V_2$  と  $v_2$  の相関を調べた結果、各セットアップで図 (4.7) のような結果が得られた。 $v_1 = 0$  に固定した場合も同様にシミュレートした (図 (4.8)) 結果、 $v_1 = 0, v_1 = 0.1$  どちらも関数で Fitting すると

$$V_2 = v_2^2 \tag{4.2}$$

に従う事が分かり、Acceptance に依存しない関係が得られた。

この結果から実験では、検出された粒子の方位角が得られれば、この解析方法に従って  $V_2$  を評価し、

$$\|v_2\| = \sqrt{V_2}$$

として Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  求める事ができる。

図 (4.7),(4.8) より、式 (4.2) の関係は  $v_1$  の値に依存しないと言える。

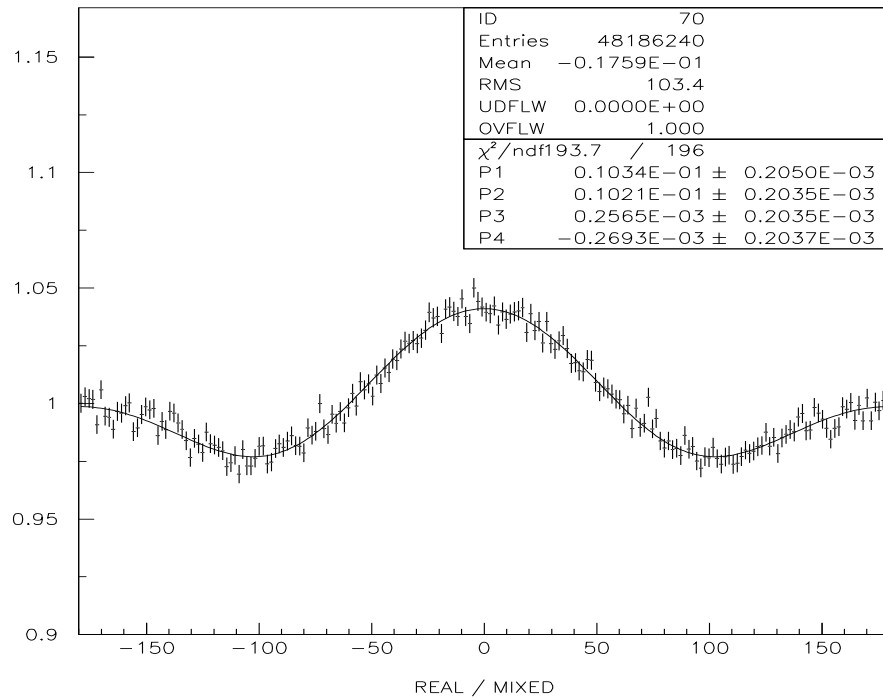


図 4.4: セットアップ 1 の Acceptance に依存しない  $\Delta\phi$  分布 ( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$ )

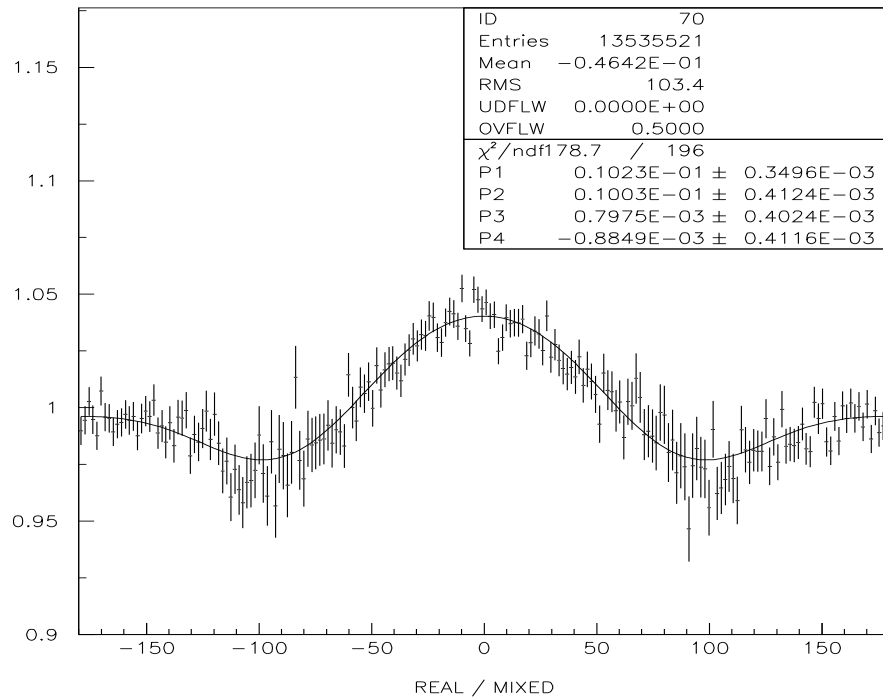
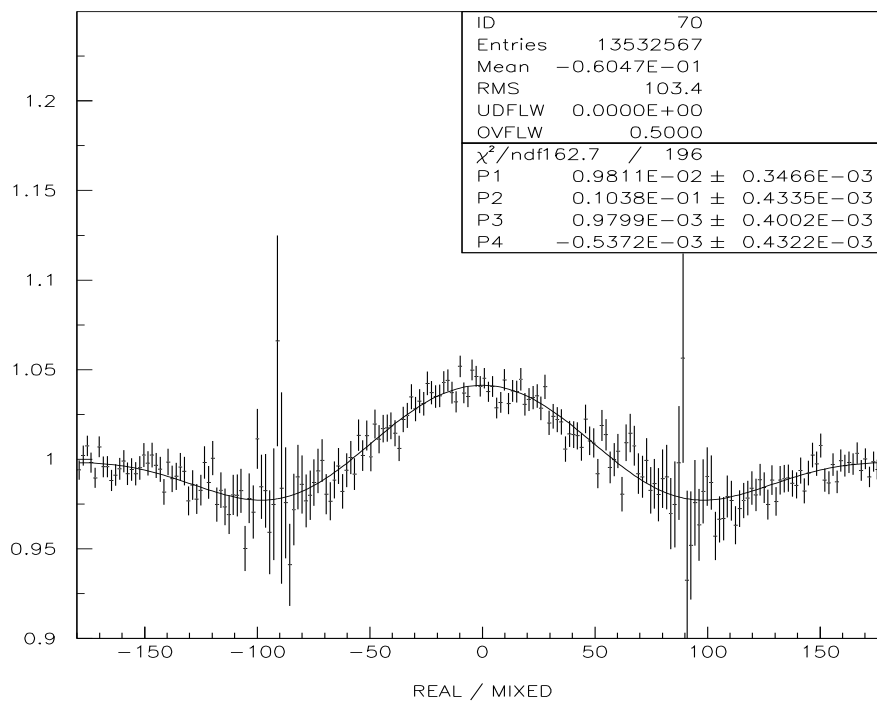


図 4.5: セットアップ 2 の Acceptance に依存しない  $\Delta\phi$  分布 ( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$ )



図 4.6: セットアップ 3 の Acceptance に依存しない  $\Delta\phi$  分布 ( $v_1 = 0.1, v_2 = 0.1$ )

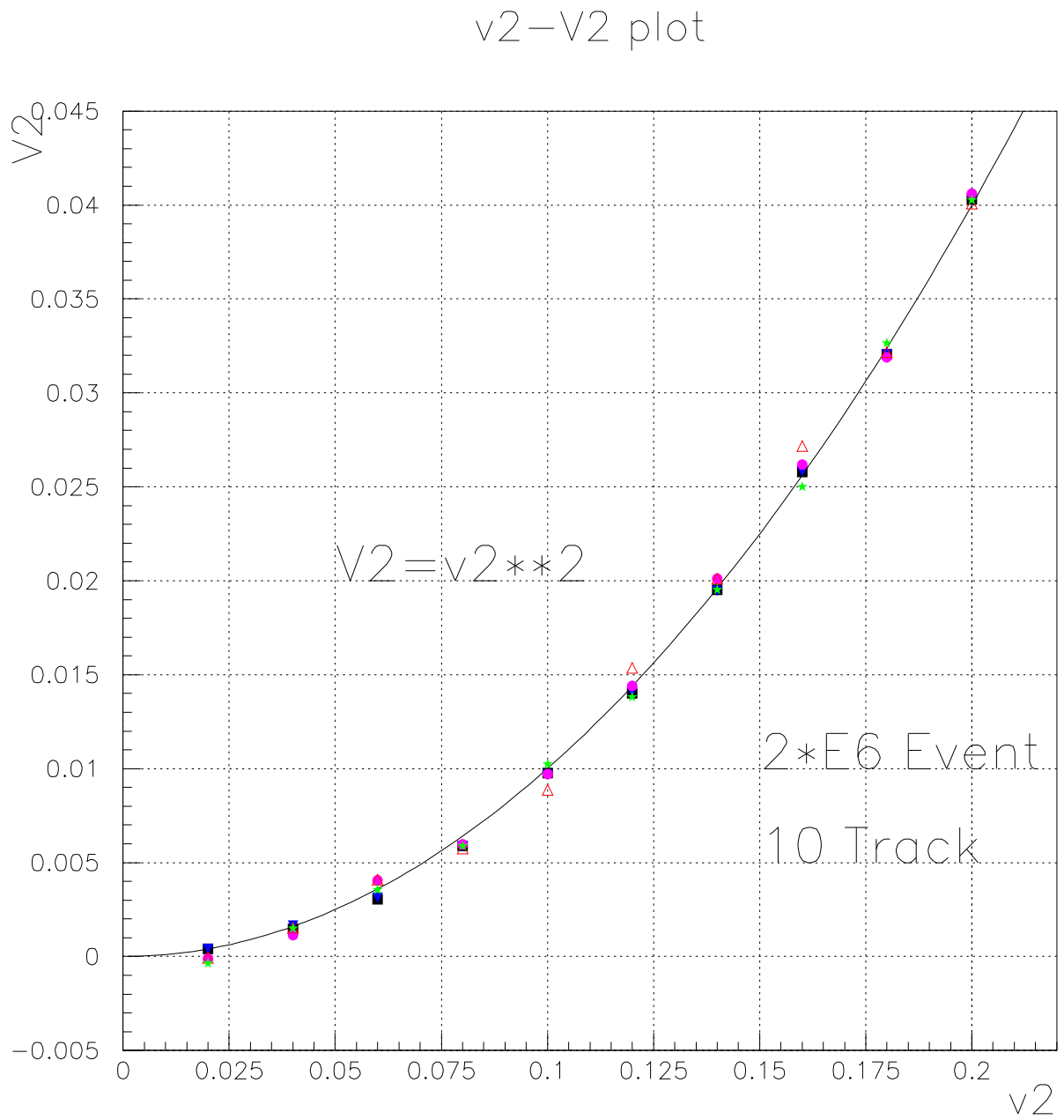


図 4.7:  $v_1 = 0$  の時の  $V_2$  と 発生させた  $v_2$  の関係。Acceptance に依存せず、 $V_2 = v_2^2$  に従う事が分かる。■:セットアップ 1, ●:セットアップ 2, △:セットアップ 3, ★:Full Acceptance の場合。

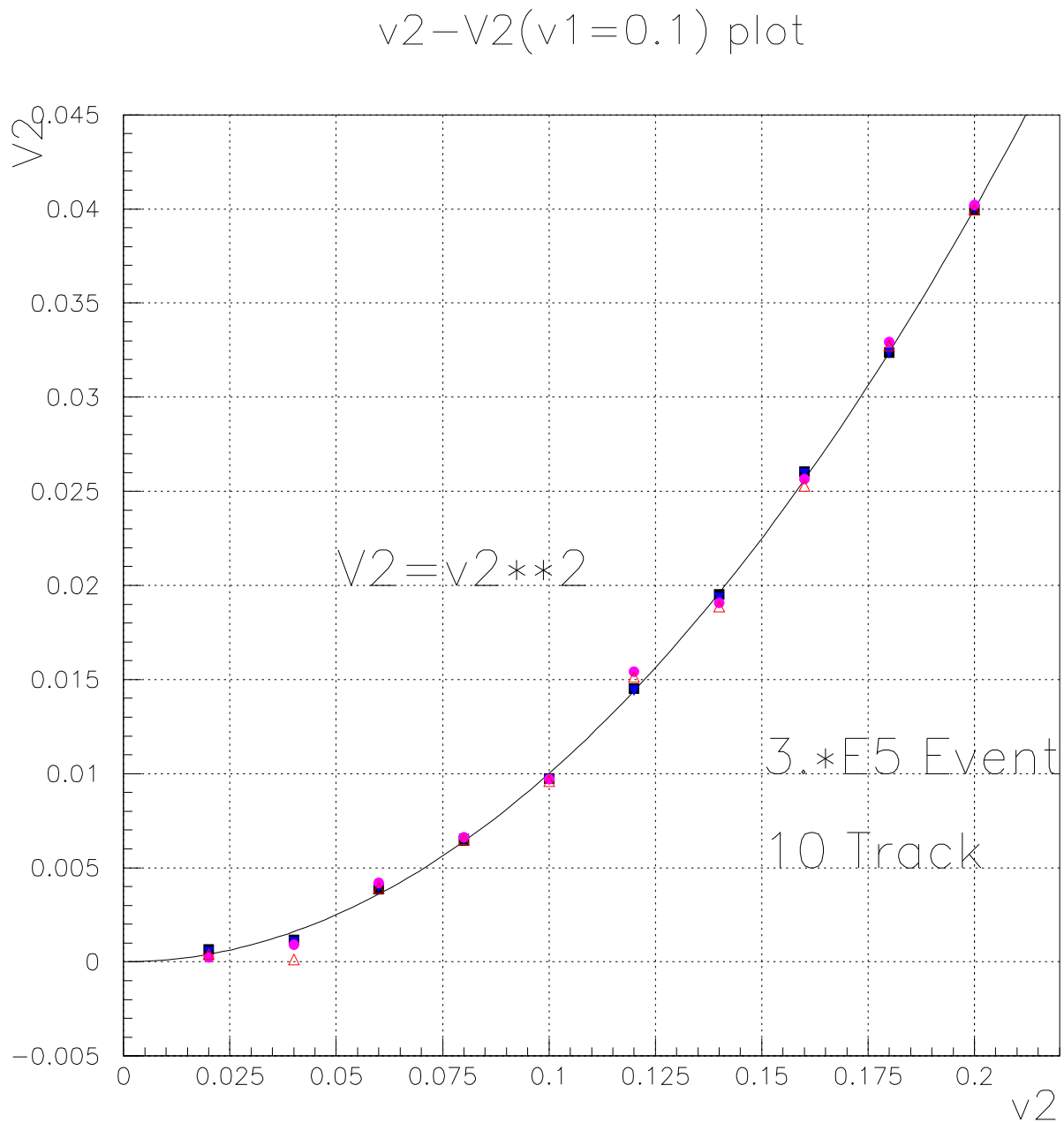


図 4.8:  $v_1 = 0.1$ の時の  $V_2$  と発生させた  $v_2$  の関係。Acceptanceに依存せず、 $V_2 = v_2^2$  に従う事がわかる。青■:セットアップ 1, ●:セットアップ 2, △:セットアップ 3, 黒■:Full Acceptance の場合。

### 4.3 2解析方法の比較

両解析方法とも、Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  を評価できる事がわかった。それぞれの解析方法での利点を挙げると 次のような事が考えられる。

#### Flattening of the Reaction plane

##### Merit

1. 衝突毎に Reaction plane が決定できるため、もし粒子識別が可能であれば、衝突による生成ハドロンの種類毎に Elliptic Flow の大きさを決定する事が可能になる。
2. Collective Flow という方位角相関の解析をするのには、全方位角方向 ( $360^\circ$ ) に放出されるハドロンを全て検出する必要があると考えられいたが、PHENIX 検出器のように方位角方向に欠た Acceptance であっても この解析方法により解析可能である。
3. 今回は Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  の評価を行ったが、Directed Flow の大きさ  $v_1$  も評価できると考えられる。

##### Demerit

1. Elliptic Flow の大きさの評価はできるが、in-plane か out-of-plane かは解析できない。

#### 2粒子の方位角差の分布から求める解析法

##### Merit

1. 各衝突で生成され検出されるハドロン数が少なくても、2粒子の組み合わせを考えればよいので統計的な誤差を小さくする事ができる。
2. 2粒子間の方位角差という 比較的簡単に計算できる値を用いており、しかも検出器の Acceptance の影響を Event Mixing の手法により容易に取り除く事ができる。

3. Collective Flow という方位角相関の解析をするのには、全方位角方向 ( $360^\circ$ ) に放出されるハドロンを全て検出する必要があると考えられていたが、PHENIX 検出器のように方位角方向を全て覆っていない Acceptance であっても この解析方法により解析可能である。
4. Reaction plane の大きさを決定する必要がない。
5. 今回は Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  の評価を行ったが、Directed Flow の大きさ  $v_1$  も同時に Fitting して、解析できると考えられる。

### Demerit

1. Elliptic Flow の大きさの評価はできるが、in-plane か out-of-plane かは解析できない。
2. Reaction plane が決まらない。



## 第5章 PHENIX実験のデータ解析

この章では、3,4章で評価した2解析方法を用いて、2000年6月中旬から9月上旬にかけてBNLで行われたPHENIX実験のデータを解析し、加速器RHICのエネルギー(130AGeV)でのElliptic Flowの大きさ $v_2$ を評価する。

PHENIX検出器の詳細に関しては付録Bを参照。

### 5.1 解析データ

解析には、PHENIX検出器に磁場のかかっていない状態での金原子核(130AGeV)同士衝突のデータを用いた。PHENIX検出器群の中で、衝突によって生成する荷電粒子の位置を検出する位置検出器にPAD CHAMBERSがある。<sup>1</sup>今回は、この中でPAD CHAMBER1にヒットした荷電粒子のポジションから方位角を計算して、Elliptic Flowの大きさ $v_2$ を解析した。解析に際して、適当なEvent Selectionをする必要がある。以下、Event Selectionについて述べる。

#### 5.1.1 MultiplicityのCUT

今回解析したデータファイルの各Eventの多重度(Multiplicity)を図(5.1)に示す。図から明らかなように、 $Multiplicity < 100$ のEventが多くなっている。

Multiplicityが小さい時、すなわちImpact parameterが大きい非中心衝突なので、生成ハドロンが少なく統計的な揺らぎが生ずる可能性がある。

よって、

$$100 < Multiplicity < 200$$

というCUTをかけて解析する。

---

<sup>1</sup>付録Bを参照

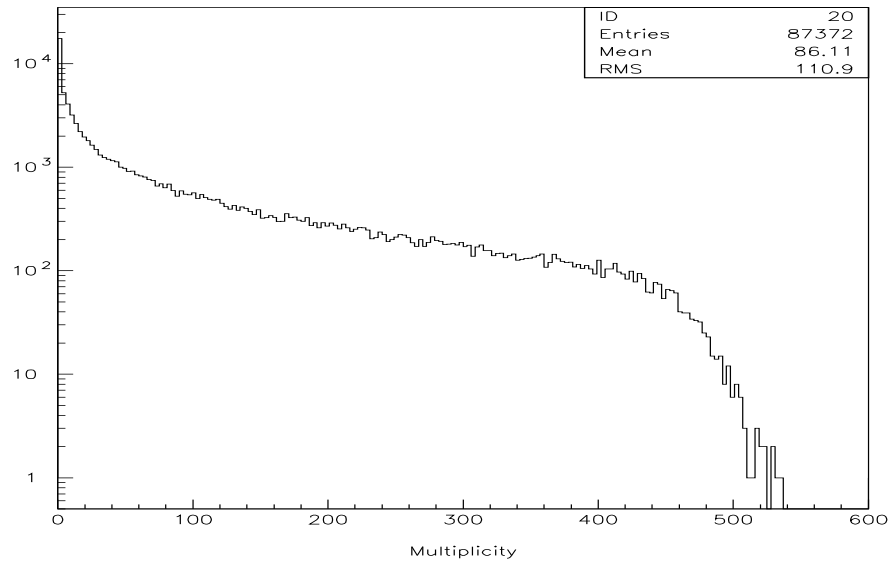


図 5.1: 実験データのうちで、 $100 < \text{Multiplicity} < 200$  の衝突 (Event) のみを解析に用いた。(横軸 Multiplicity, 縦軸 Event)

### 5.1.2 Event class の CUT

PAD CHAMBER 1 と DRIFT CHAMBER は、Beam 軸に近い位置から DRIFT CHAMBER 1, PAD CHAMBER 1 の順になっており、衝突後生成されたハドロンは、DRIFT CHAMBER を通過して PAD CHAMBER 1 に到達すると考えられる。

PAD CHAMBER 1 のヒットを横軸、DRIFT CHAMBER のヒットを縦軸にプロットすると、図 (5.2) のようになる。

Tracking System は、DRIFT CHAMBER をヒットし、かつ PAD CHAMBER 1 をヒットしたというもののみに DRIFT CHAMBER のヒットとしている。DRIFT CHAMBER は Dead Area が多いため、PAD CHAMBER 1 のヒットの方が DRIFT CHAMBER のヒットよりも多くなるはずである。

そこで、解析には以下のような CUT をかける。

$$NPC1 < 1.25 \times NDC$$

$$NPC1 > 2.5 \times NDC \quad (5.1)$$



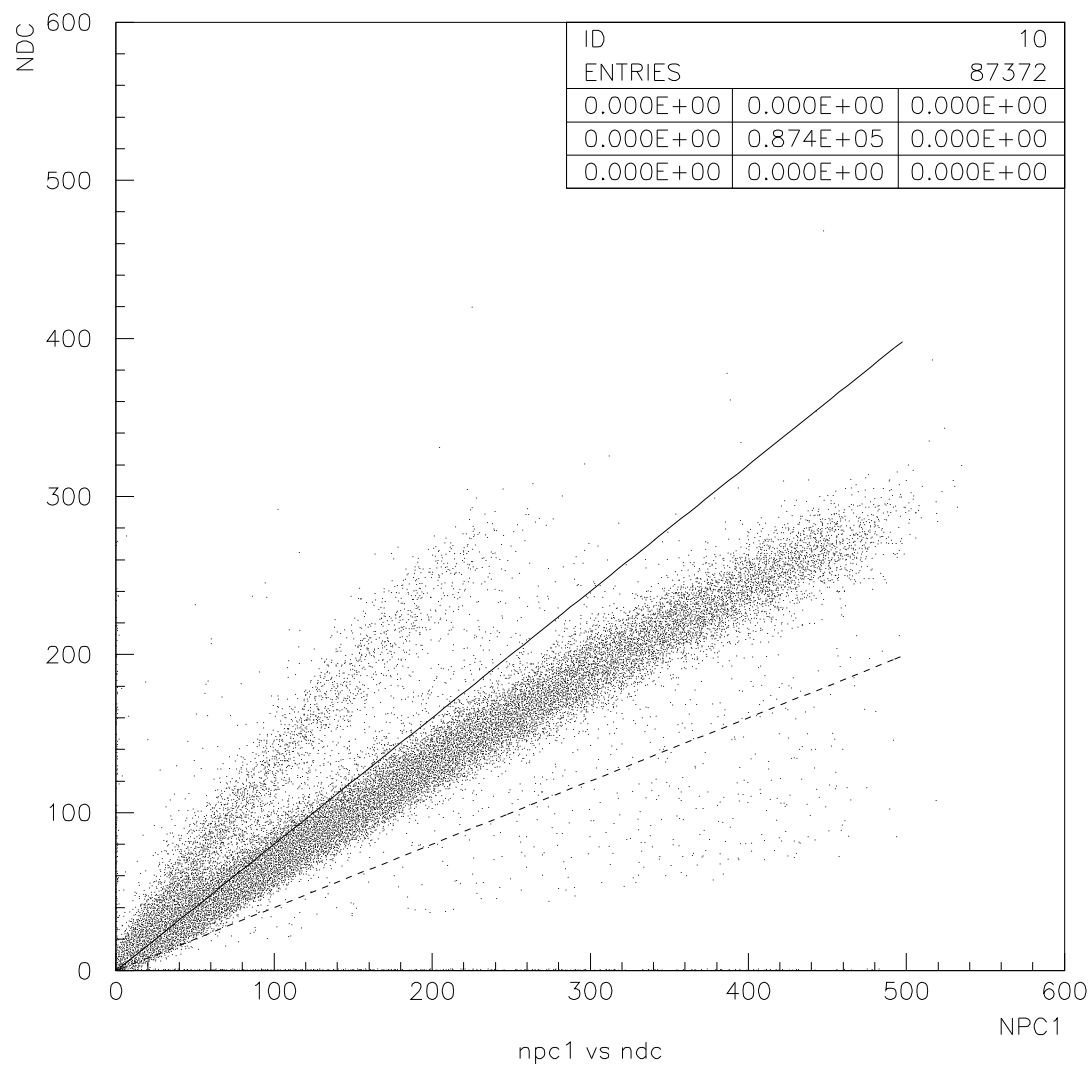


図 5.2: DRIFT CHAMBER(縦軸)のヒット、PAD CHAMBER(横軸)のヒットを表す。式 (5.1) の 2 直線で挟まれている Event のみを採用している。

## 5.2 Reaction planeのFlatteningによる解析

以上のような Event Selection を行い、前章 3.3.1 で述べた Reaction plane の Flattening の解析方法で  $v_2$  を評価する。

### 5.2.1 Auto-Correlation について

衝突毎にハドロンが検出される領域を 2 つに分ける事を考える。方位角方向  $\phi$  を 50 分割し、奇数番目の領域を領域 A、偶数番目の領域を領域 B として生成粒子を分け、 $\phi = 1.72^\circ$  のギャップを作った。2 領域の境界付近で 1 つのハドロンが、両領域を同時に 2 度ヒットしてしまう可能性を避けるためである。A、B 2 つの領域で相関があると Auto-correlation の影響を受けるため、2 領域を独立に計算する必要がある。

Reaction plane をそれぞれの領域で計算し Flattening をした結果、図 (5.3),(5.4) のようになった。実線が Reaction plane  $\psi_0^{cal}$  の分布、点線が Flattening した  $\psi_0^{flat}$  の分布である。 $\psi_0^{cal}$  の計算式に関しては 3.1 で述べた式 (3.1) に従った。領域 A から計算し Flattening した Reaction plane を  $\psi_A^{flat}$ 、領域 B から計算し Flattening した Reaction plane を  $\psi_B^{flat}$ 、両領域のハドロンが検出された方位角を  $\phi_A, \phi_B$  とし、次のように再構成して Auto-Correlation の影響を除いた。

$$\begin{aligned} \phi_A - \psi_B^{flat} \\ \phi_B - \psi_A^{flat} \end{aligned}$$

再構成して両領域から求めた分布を重ね合わせると、図 (5.5) のような結果が得られた。この分布は平均値が 1 になるように規格化した分布である。この分布を、 $v_1, v_2$  をパラメータとして次式 (5.2)

$$F(x) = 1 + 2v_1 \cos x + 2v_2 \cos 2x \quad (5.2)$$

で Fitting し、 $v_2$  を求める。この値を  $v_2^{fit}$  とする。

また、 $v_2$  を計算によっても求めた。

$$v_2 = \langle \cos 2(\phi - \psi) \rangle \quad (5.3)$$

式 (5.3) から求めた  $v_2$  を  $v_2^{cal}$  とする。

以上のように Fitting と計算の両方で求めた  $v_2^{fit}, v_2^{cal}$  に Reaction plane の分解能の補正をする。

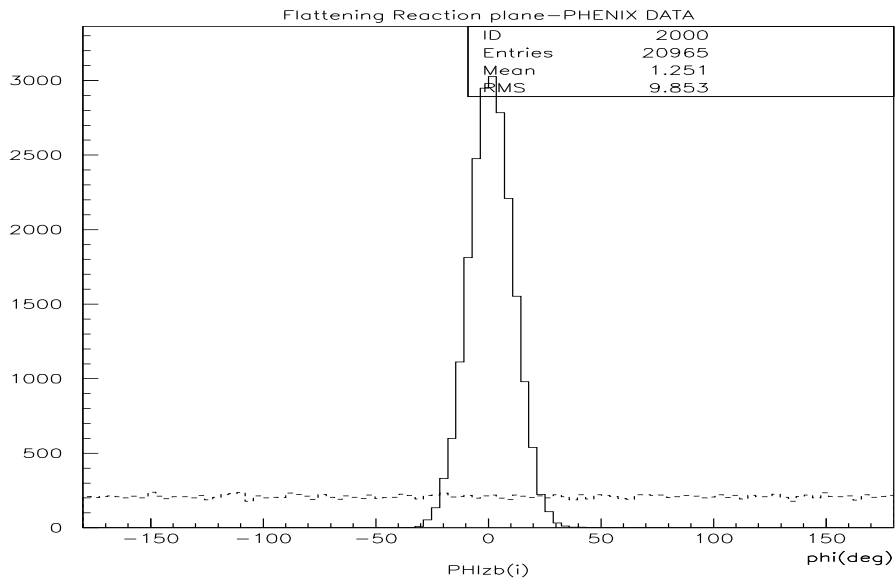


図 5.3: 領域 A で計算された Reaction plane  $\psi_A$  と Flattening した Reaction plane  $\psi_A^{flat}$

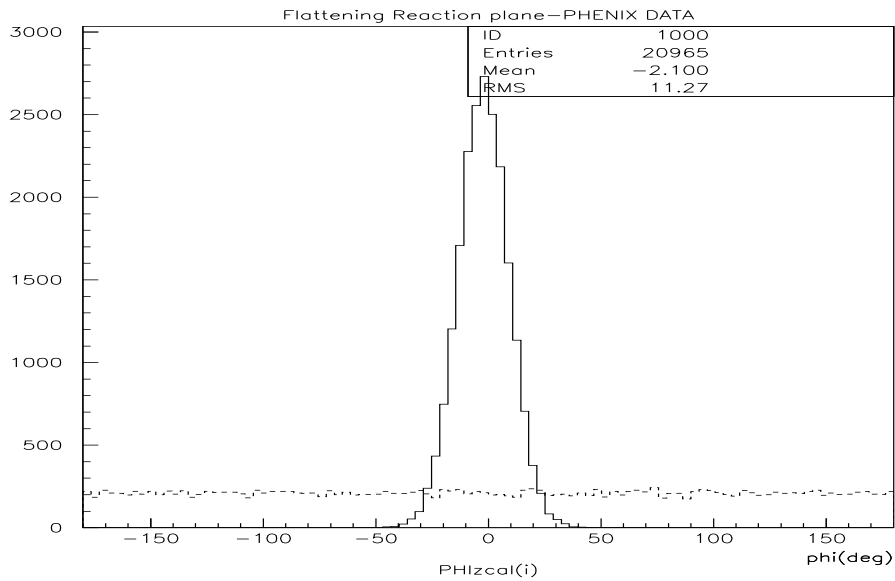


図 5.4: 領域 B で計算された Reaction plane  $\psi_B$  と Flattening した Reaction plane  $\psi_B^{flat}$

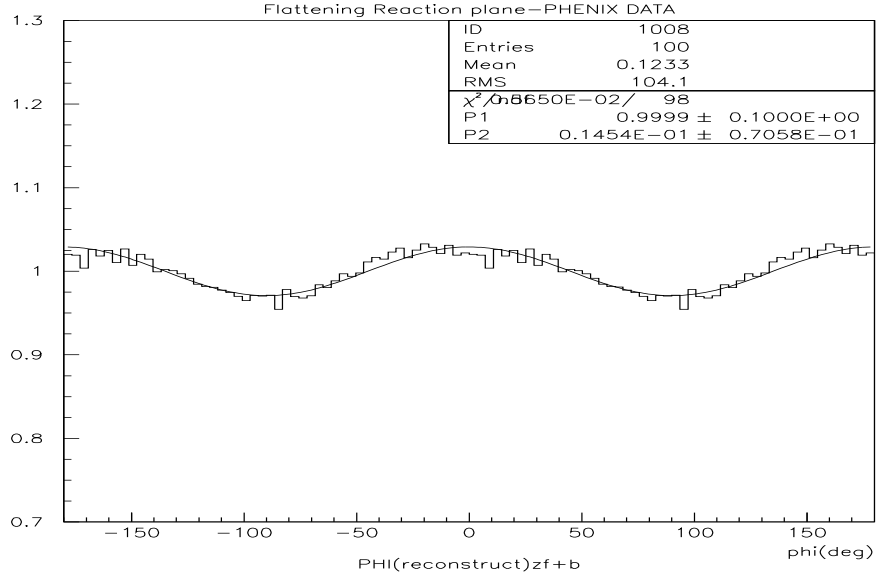


図 5.5: 領域 A,B でそれぞれ再構成された分布を重ね合わせた分布。平均値を 1 に規格化してある。

### 5.2.2 Reaction plane の分解能補正

方位角方向に 50 分割した 2 つの領域、(領域 A、領域 B) で求められたそれぞれの Reaction plane  $\psi_A^{flat}$ ,  $\psi_B^{flat}$  を用いて、  
 $\langle \cos 2(\psi_A^{flat} - \psi_B^{flat}) \rangle$  は次のようにして計算できる。

$$\begin{aligned}
 \langle \cos 2(\psi_A^{flat} - \psi_B^{flat}) \rangle &= \langle \cos 2((\psi_A^{flat} - \psi_0) - (\psi_B^{flat} - \psi_0)) \rangle \\
 &= \langle \cos 2(\psi_A^{flat} - \psi_0) \rangle \langle \cos 2(\psi_B^{flat} - \psi_0) \rangle \\
 &+ \langle \sin 2(\psi_A^{flat} - \psi_0) \rangle \langle \sin 2(\psi_B^{flat} - \psi_0) \rangle \\
 &= \langle \cos 2(\psi_A^{flat} - \psi_0) \rangle \langle \cos 2(\psi_B^{flat} - \psi_0) \rangle \quad (5.4)
 \end{aligned}$$

そこで、それぞれの領域で求められた Reaction plane  $\psi_A^{flat}$ ,  $\psi_B^{flat}$  の分解能が等しいとすれば、

$$\langle \cos 2(\psi^{flat} - \psi_0) \rangle = \sqrt{\langle \cos 2(\psi_A^{flat} - \psi_B^{flat}) \rangle}$$

となる。よって、

$$\sigma = \sqrt{\langle \cos 2(\psi_A^{flat} - \psi_B^{flat}) \rangle} \quad (5.5)$$

となり、分解能が計算出来る。<sup>2</sup>

<sup>2</sup>参考文献 5 参照

### 5.2.3 計算結果

上式によって得られた分解能の値は

$$\sigma = 0.220$$

となる。Fitting による Elliptic Flow の大きさ  $v_2^{fit}$  と、計算による値  $v_2^{cal}$  の結果、Reaction plane の 分解能の補正後の値を次の表 (5.1) に示す。

	補正前の $v_2$	補正した $v_2$
Fitting による結果	$1.45 \times 10^{-2} \pm 3.2 \times 10^{-4}$	$6.59 \times 10^{-2} \pm 1.4 \times 10^{-3}$
計算式による結果	$1.48 \times 10^{-2}$	$6.72 \times 10^{-2}$

表 5.1: PHENIX 検出器の PAD CHAMBER 1 で検出されたハドロンの Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  の値 ( $100 < Multiplicity < 200$ )

### 5.3 2粒子の方位角差による解析方法

同様に、同じ Event Selection をして 3.3.2 で述べた 2 粒子の方位角差の分布から Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  を評価する。

#### 5.3.1 2粒子相関について

シミュレーションでは、発生させた粒子の相互作用を考えなかった。しかし、実際は近くを通過する 2 粒子の間には、相互作用がある。そこで、Reaction plane の Flattening による解析と同じように、2 領域に分ける事を考え、近くを通過する 2 粒子の組合せを解析から外す。ここでは、擬 Rapidity で 2 つの領域に生成粒子を分けた (5.6)。

図 (5.6) のように、擬 Rapidity の値  $\eta$  で Backward Rapidity 領域、Forward Rapidity 領域に分ける。

$$\eta < -0.05 \dots \text{Backward}$$

$$\eta > 0.05 \dots \text{Foreward}$$

として、2 領域の間に  $\pm 0.05$  のギャップを作った。これは、Reaction plane の Flattening で解析した時と同じ理由で、Auto-Correlation を取り除くためである。

Forward Rapidity 領域に検出される粒子の方位角を  $\phi_b^A$ , Backward Rapidity 領域に検出される粒子の方位角を  $\phi_f^A$  と表し、次のように Real Event、Mixed Event を計算する。ここで A は、A 番目の衝突を表す。

Real Event

$$\phi_b^A - \phi_f^A$$

Mixed Event

$$\phi_b^A - \phi_f^B$$

この結果、Real Event, Mixed Event はそれぞれ次の図 (5.7), (5.8) のように得られた。

#### 5.3.2 結果

図 (5.7), (5.8) のそれぞれの分布から Acceptance の影響を次式に従って取り除く。

$$\frac{\text{Real}}{\text{Mixed}}$$

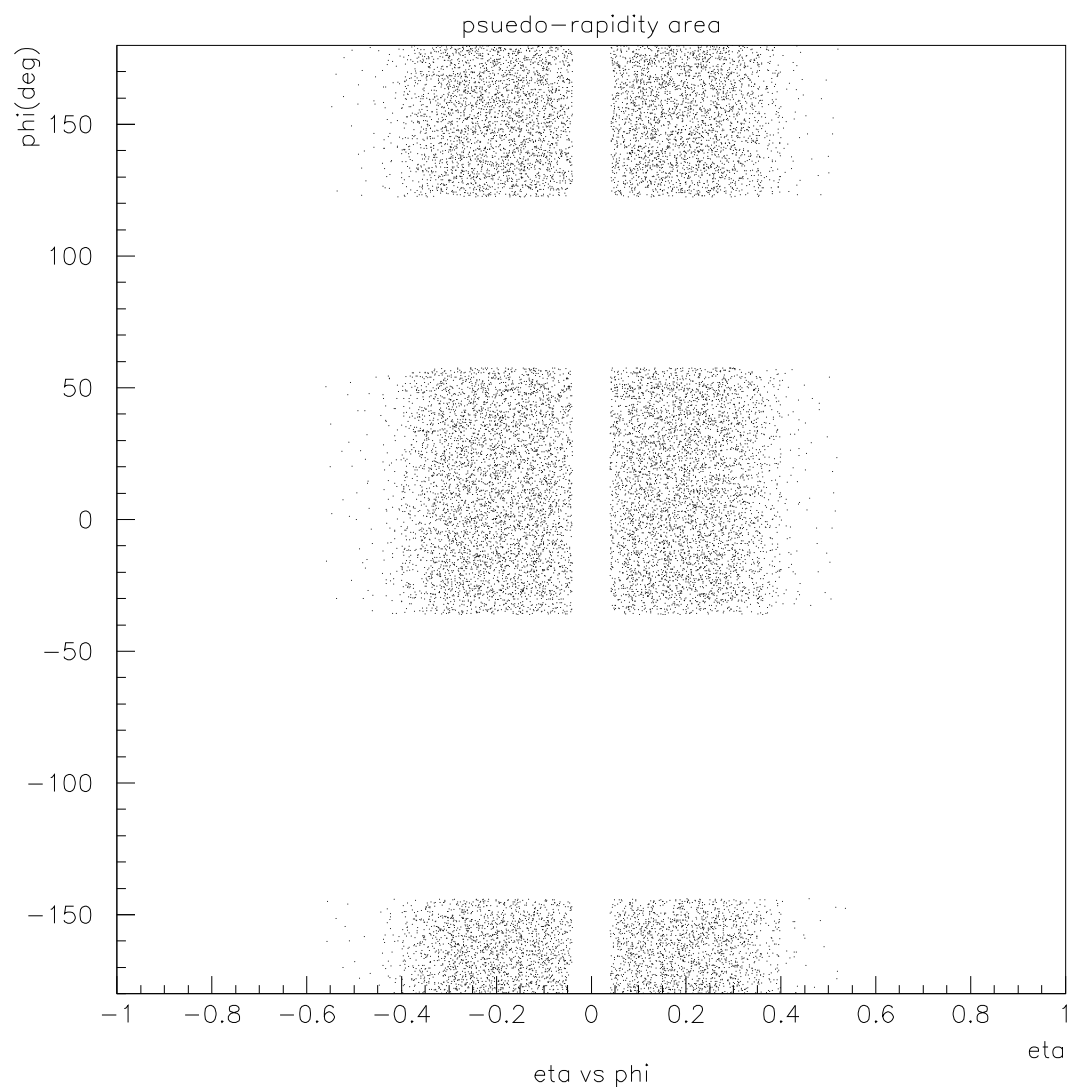


図 5.6: 擬 Rapidity  $\eta$  で分けた 2 領域; 横軸  $\eta$ 、縦軸  $\phi$

その結果得られた分布が図 (5.9) である。この分布を式 (3.11) で Fitting することにより  $V_2$  の値を評価すると、

$$V_2 = 1.85 \times 10^{-3} \pm 1.2 \times 10^{-4} \quad (5.6)$$

となり、シミュレーションの結果から得られた、 $V_2$  と  $v_2$  の関係式

$$V_2 = v_2^2$$

より、

$$v_2 = 3.72 \times 10^{-2} \pm 4.6 \times 10^{-4}$$

と得られた。



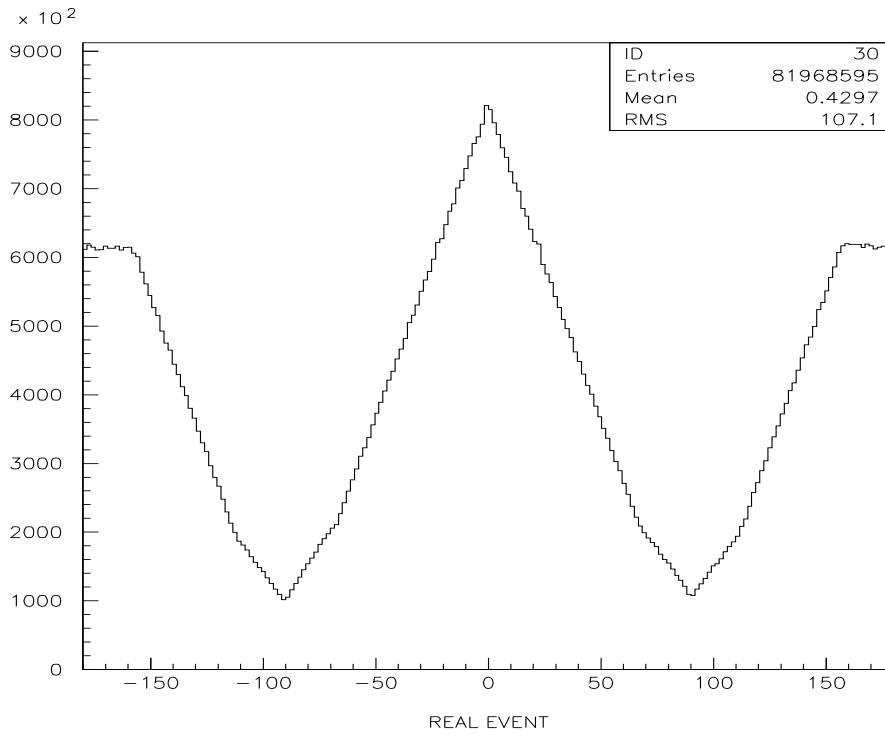


図 5.7: PHENIX 検出器 PAD CHAMBER 1 から得られた Real Event

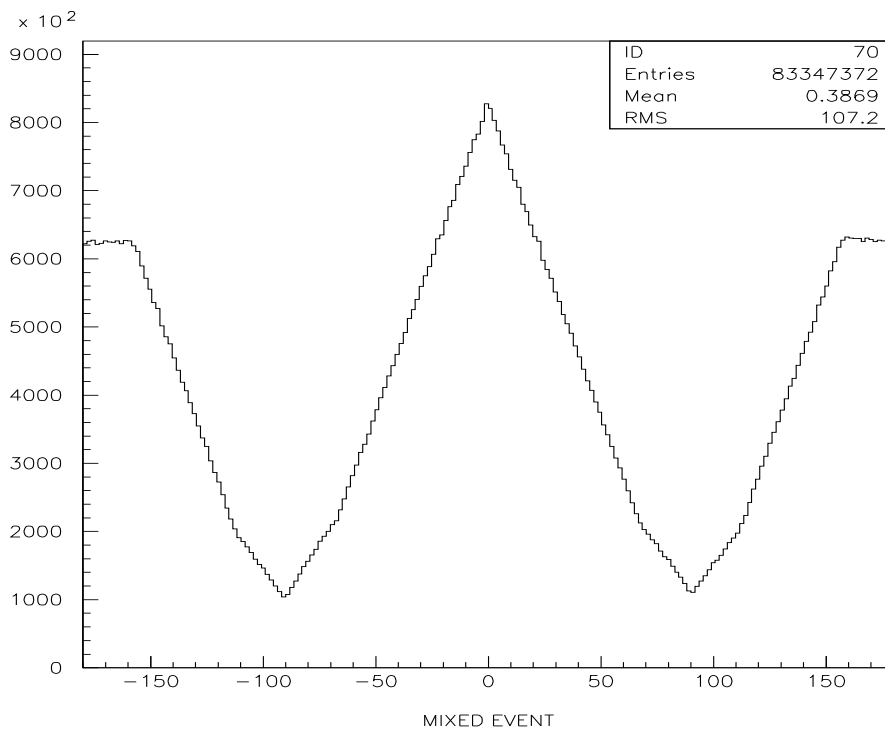


図 5.8: PHENIX 検出器 PAD CHAMBER 1 から得られた Mixed Event

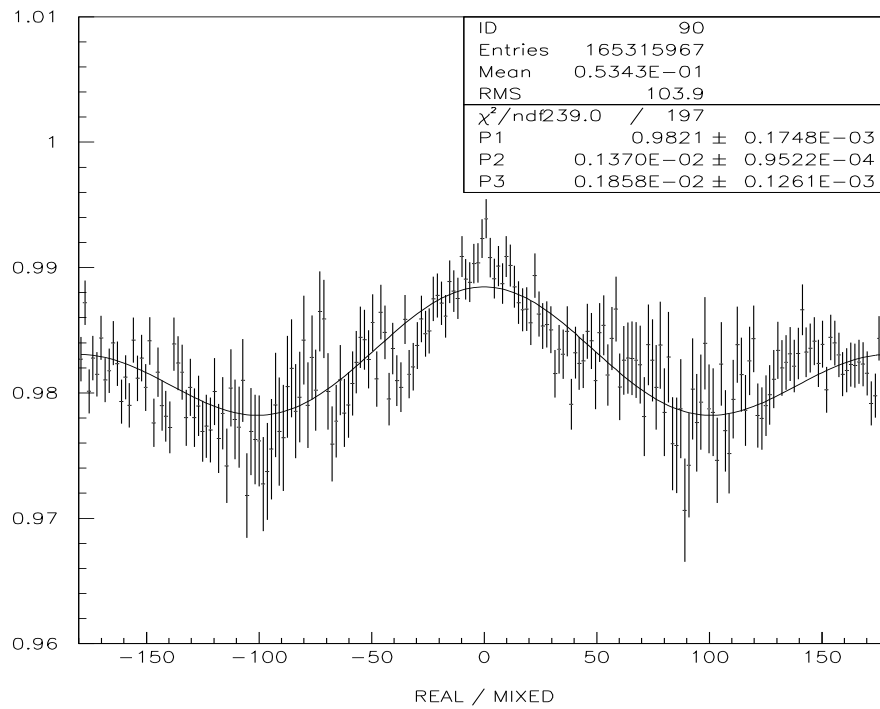


図 5.9: PHENIX 検出器 PAD CHAMBER 1 から得られた  $\Delta\phi$  分布。(  $\Delta\phi$  は衝突で生成される全粒子で作られる 2 粒子の間の方位角差)

## 5.4 Elliptic Flow の Multiplicity 依存性

衝突が中心衝突の場合は、Multiplicity は高く、Flow の効果は小さいと考えられる。中心衝突である程、方位角方向に対して等方的な粒子の放出が起こりうるためである。このような予測に基づいて、Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  の Multiplicity 依存性を 5.3, 5.2 と同じ Event class の CUT をして解析した。その結果を図 (5.10) に示す。

図から分かるように、どちらの解析方法でも  $v_2$  の値は Multiplicity が高くなる程小さくなり、非中心衝突から中心衝突に近づくほど Elliptic Flow の効果は小さくなっている事が分かる。

2 解析方法を比較すると、Reaction plane の Flattening の解析方法の方が、2 粒子の方位角差の分布からの解析方法よりも Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  が大きい傾向にある事が読み取れる。

## 5.5 Beam エネルギーとの関係

これまで行われてきた実験結果を図 (2.8) で示した。今回の解析の結果と照らし合わせてみる。

今回は、粒子識別していないので、生成ハドロン全体の平均的な値しかわからないが、両解析方法ともにこの図で与えられている  $v_2$  に近い値が得られたと言える。

次の図 (5.11) は、粒子識別しないで  $v_2$  を解析した結果である。STAR による RHIC のエネルギーの  $v_2$  の解析結果は、Reaction plane の Flattening による値であり、PHENIX 検出器で得られた今回の結果の中で同じ解析方法を用いた値とほぼ同じ値が得られた。

このプロットからも分かるが、130 AGeV では Elliptic Flow の急激な低下は見られない。

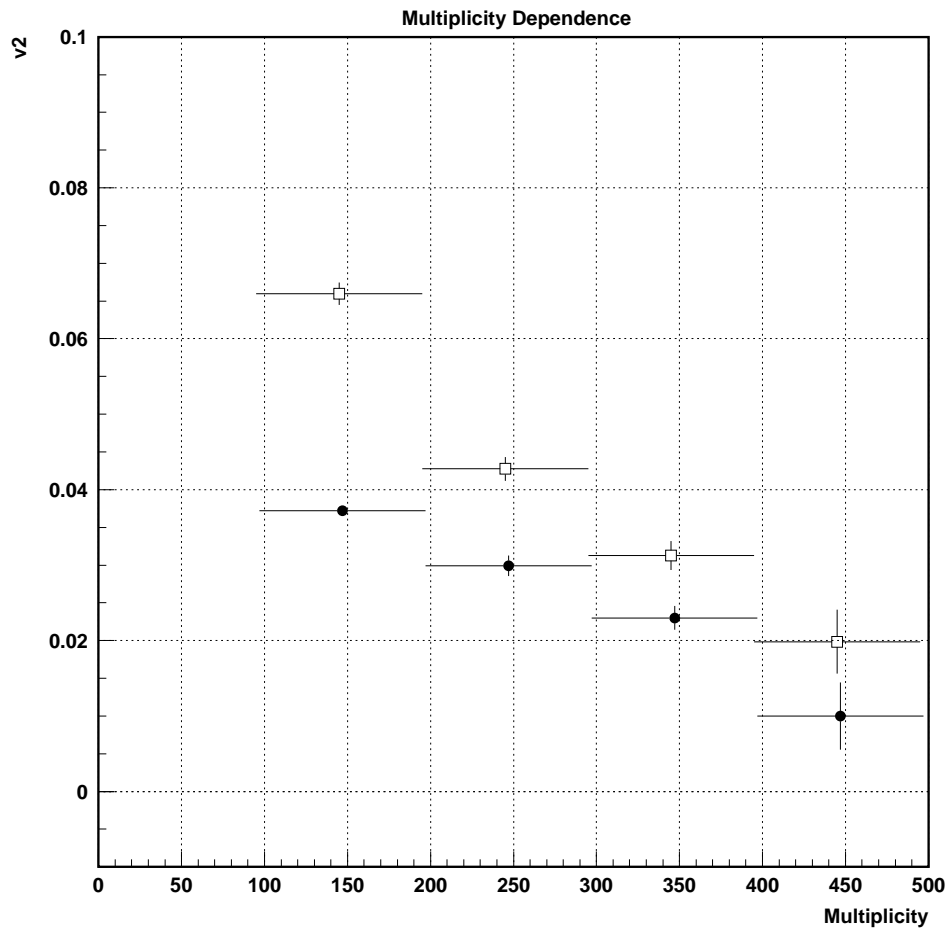


図 5.10: PHENIX 検出器 PAD CHAMBER 1 から得られた Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  の Multiplicity 依存性 (横軸は Multiplicity、縦軸は  $v_2$ )。□: Reaction plane の Flattening による解析方法。●: 2 粒子の間の方角差の分布からの解析方法による値。

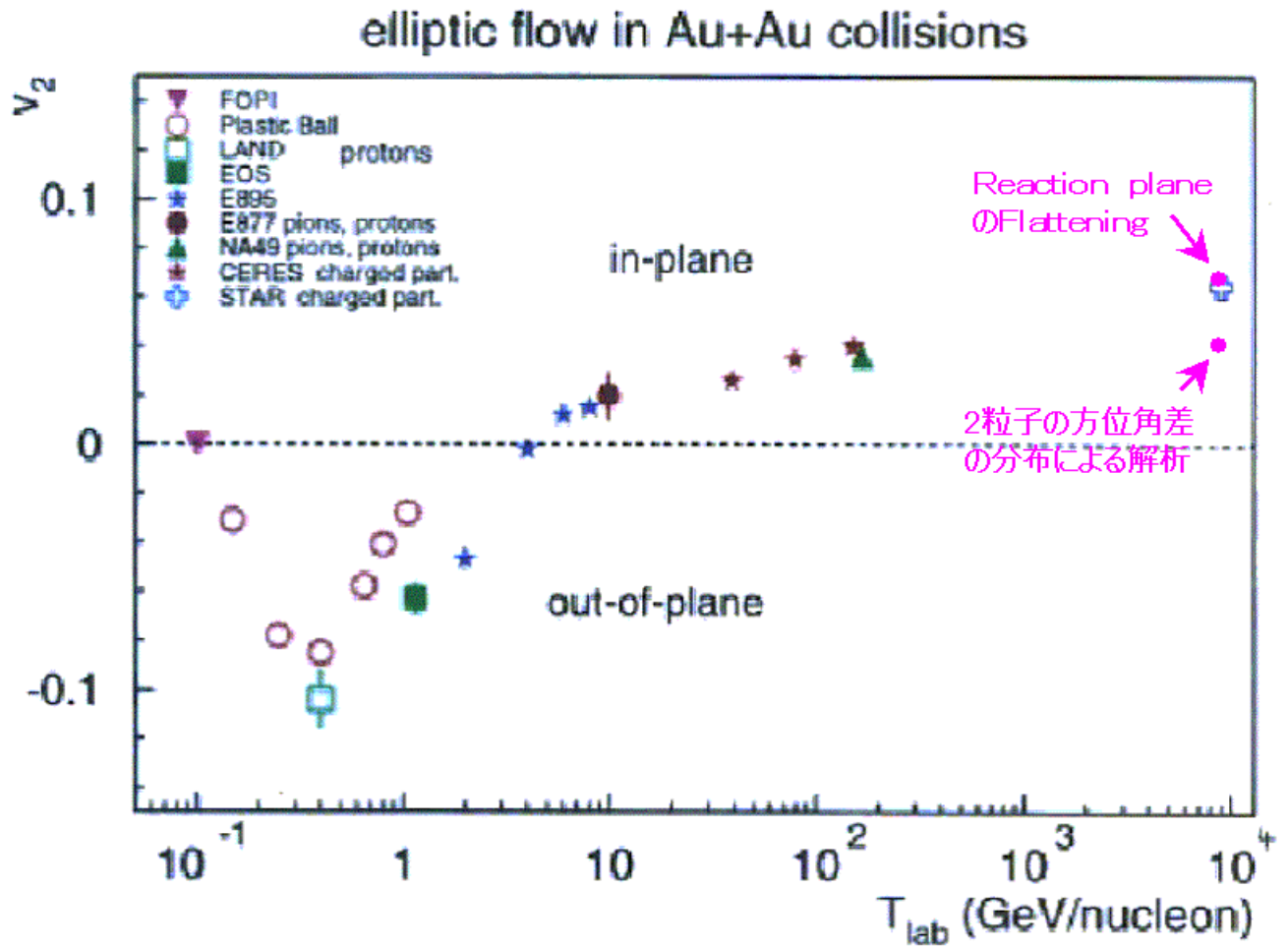


図 5.11: PHENIX 検出器の PAD CHAMBER 1 で得られた粒子識別無しの  $v_2$  の解析結果と他の Beam エネルギーの結果との比較



## 第6章 まとめ

今回の研究では、次の2つを行った。

1. 相対論的重イオン衝突における生成粒子の集団的運動 (Collective Flow) を Fourier 解析した第2項、Elliptic Flow の大きさをシミュレーションによって解析し、2つの解析方法を評価した。
2. PHENIX 検出器の PAD CHAMBER 1 から検出されたデータを解析し、加速器 RHIC で加速された金原子核 (130AGeV) 同士の衝突で生成されたハドロンの Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  を評価した。

**シミュレーションの結果** 2つの解析方法 (Reaction plane の Flattening をする解析方法、2粒子の方位角差分布からの解析方法) のどちらも、どのような検出器であっても  $v_2$  を評価する事ができ、Acceptance に依存しない解析方法であると言える。

**PHENIX 実験のデータ解析** PHENIX 検出器の PAD CHAMBER 1 で検出されたハドロンの Elliptic Flow の大きさは、2解析方法で次のような結果が得られた。 ( $100 < Multiplicity < 200$ )

**Reaction plane の Flattening をする解析方法**

$$v_2 = 6.59 \times 10^{-2} \pm 1.4 \times 10^{-3}$$

**2粒子の方位角差分布からの解析方法**

$$v_2 = 3.72 \times 10^{-2} \pm 4.6 \times 10^{-4}$$

**Multiplicity 依存性** Multiplicity が大きくなると、非中心衝突から中心衝突に近付くため、Elliptic Flow の大きさ  $v_2$  は減少する。これは、中心衝突に近づく程 Flow の効果が小さく、等方的に生成ハドロンの放出されるという予測に基づく結果と言えるであろう。図 (5.10) 参照。

2解析方法による結果を比較すると、Reaction planeのFlatteningによる解析方法の方が、2粒子の方位角差の分布からの解析方法よりElliptic Flowの大きさが大きく評価される傾向にある。

これは、Simulationで得られた結果からは考えられない事であり、それぞれがFlowの効果以外の物理に感度のある解析方法であるからと考えられる。この2解析方法による違いは、今後の課題にしたい。



## 第7章 参考文献

1. PHENIX Conceptual Design Report Brookhaven National Laboratory
2. PAW -Physics Analysis and Histogramming CERN Program Library
3. HBOOK -Statistical Analysis and Histogramming CERN Program Library
4. CERNLIB -CERN Program Library Short writeups CERN Program Library
5. Study of the Azimuthally Anisotropic Emission of Kaons in  $158A\text{GeV}$  Pb+Pb Collisions at CERN-SPS :K.Enosawa,doctor thesis(1999)
6. Directed flow of antiprotons in Au+Au collisions at AGS :E877 Collaboration
7. Anisotropic flow of identified particles in Au+Au collisions at AGS energy : Sergei A. Voloshin for the E877 Collaboration
8. Proton and Pion Production Relative to the Reaction Plane in Au+Au Collisions at AGS Energies : E877 Collaboration
9. The elliptic flow of neutral transverse energy in heavy ion interaction at SPS energies : Nuclear Physics A661(1999)345z-348c
10. Two-Proton Correlations Relative To The Reaction Plane : Sergei Y.Panitkin for the E877 Collaboration
11. 相対論的重イオン衝突実験における方位角相関測定のコピュータシミュレーションによる評価 : 小野 雅也、前田 憲勲、卒業論文 (2000)
12. 栗屋 隆 : データ解析 (改訂版) 学会出版センター (1994)
13. 鷲見 義雄 : 原子核物理入門裳華房 (1997)



## 付録 A Rapidity

非相対論的運動では、粒子の速度は概念として分かりやすく、速度の合成則も単なる速度ベクトルの和で与えられる。しかし、相対論的運動の場合はそうはいかない。ある座標系  $S_1$  と、この  $S_1$  の  $z$  軸に平行に正の方向へ速度  $u$  で走る座標系  $S_2$  を考える。この時、 $S_2$  で  $z$  軸方向に速度  $v$  で運動する粒子を  $S_1$  で観測した時の速度  $w$  は、非相対論的な座標変換、すなわちガリレイ変換では明らかに  $w = u + v$  であるが、相対論的運動の座標変換、すなわちローレンツ変換では

$$w = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$$

となる。ここで、 $c$  は真空中の光速を表す。相対論的運動では、このように速度は非線形な合成則に従い、かつ上限が  $c$  で抑えられているので、決して便利な量ではない。

そこで、ローレンツ変換に対して線形な合成則に従う量、Rapidity ( $y$ ) を導入する。Rapidity は、次式で定義される。

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{E + p_z}{E - p_z}\right) = \ln\left(\frac{E + p_z}{m_T}\right) \\ &= \tanh^{-1}\left(\frac{p_z}{E}\right) \end{aligned}$$

ここで、 $p_z$  は  $z$  軸方向の運動量を指す。また、 $m_T$  は横質量であり、放出粒子の  $z$  軸 (Beam 軸) に対して垂直な運動量の大きさである  $p_T$  (横運動量) を用いて

$$m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2} = \sqrt{E^2 - p_z^2}$$

という量で定義される。

Rapidity と他の量との関係は次のようになる。

$$E = m_T \cosh y$$

$$p_z = m_T \sinh y$$

また、速度  $\beta$  で  $z$  方向からみたこの粒子の Rapidity は次の式のように線形性を示す。

$$y' = y - \tanh^{-1} \beta$$

このように、ローレンツ変換に対して線形性を示す量なので、Rapidity の導入は相対論的運動を考える際に便利な量である。

高エネルギーの状態にある粒子は  $p \gg m$ 、 $\beta \simeq 1$  である事から、

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{E + p \cos \theta}{E - p \cos \theta}\right) \\ &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1 + \beta \cos \theta}{1 - \beta \cos \theta}\right) \\ &\simeq -\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}\right) \\ &= -\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\sin^2 \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}\right) \\ &= -\ln \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{aligned}$$

となり、この値を擬 Rapidity (psuedo-Rapidity) と呼び、 $\eta$  で表す。この  $\eta$  は放出角  $\theta$  のみで決まる値である。

## 付録B PHENIX検出器の図

### B.1 Central Tracking Detectors

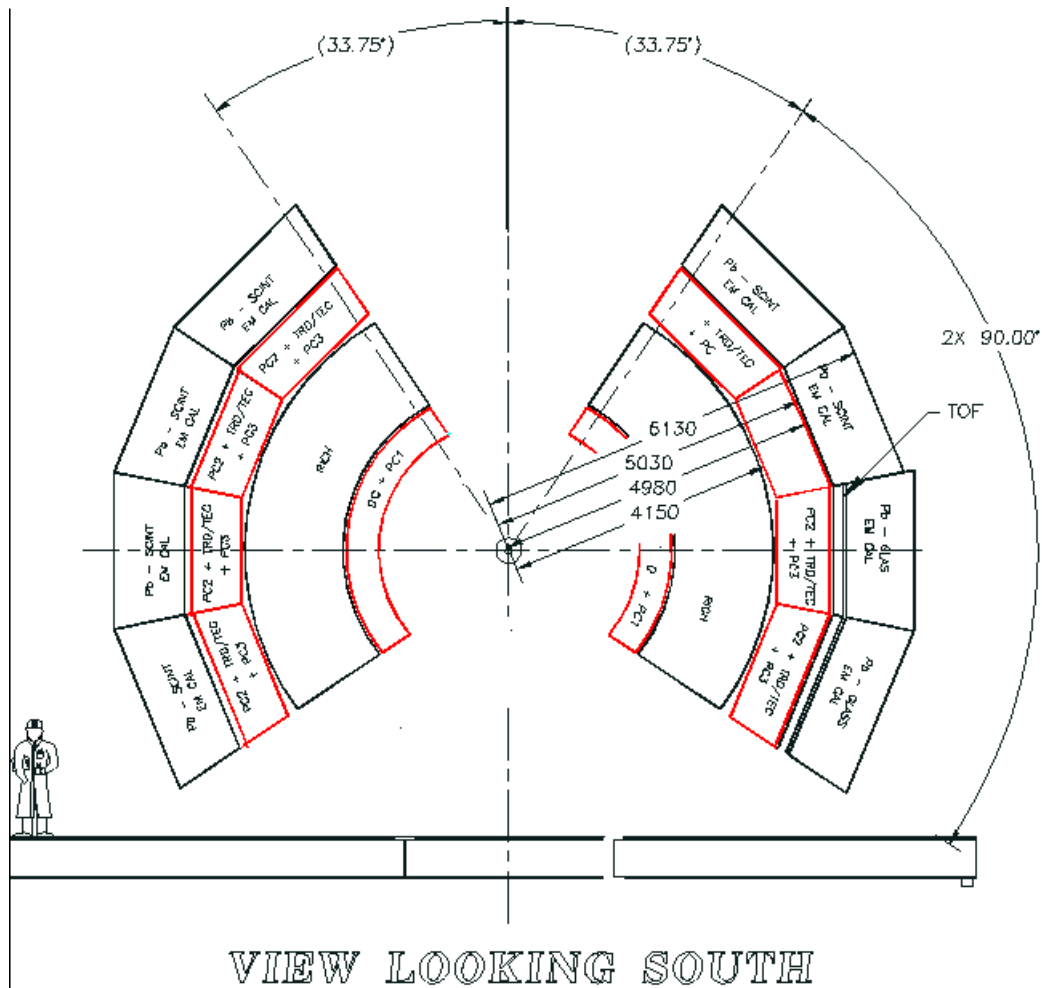


図 B.1: PAD CHAMBER 1 は、 $360^\circ$  覆っていない。

## B.2 PAD CHAMBERSの図

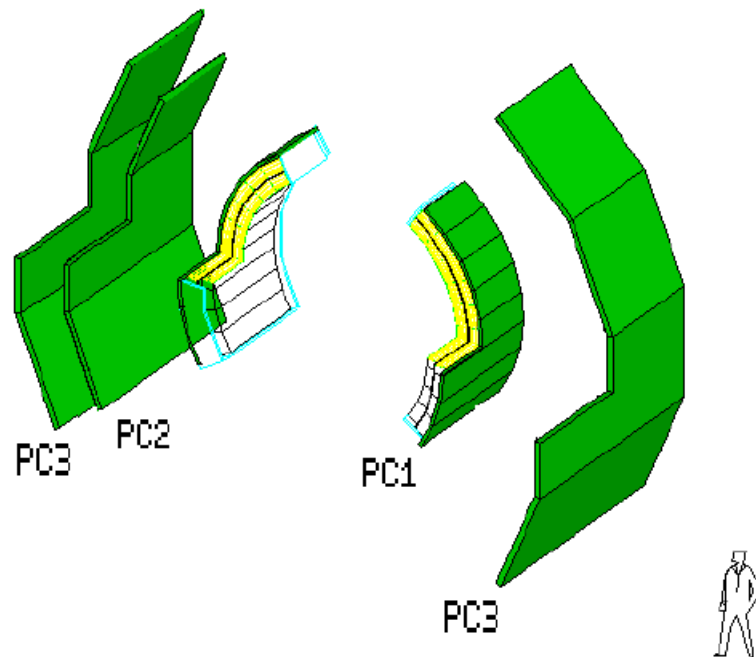


図 B.2: PAD CHAMBER 1 の内側に DRIFT CHAMBER がある。

## 付録C Program List

以下の順番に従って、今回解析のために作ったプログラムを掲載する。

1. 2粒子の方位角差の分布から解析する方法
2. Reaction plane の Flattening をする解析方法
  - Generate Flow
  - Reconstruct
3. PHENIX の実験 DATA を 2粒子の方位角差の分布から解析する
  - Read Files
  - Reconstruct
4. PHENIX の実験 DATA を Reaction plane の Flattening により解析する
  - Read Files
  - Reconstruct

## 2粒子の方位角差の分布から解析する方法

```

      program flowB
c     Analysis Elliptic Flow
c     METHOD- Azimuthal angle gap between the two Tracks
c
      common/pawc/h(4000000)
      Logical BTWN
      Integer N, Ierr,a,n
      Real phi(200000),phi1(200000),phi2(200000)
      Real PARAM(2),STEP(2),PMIN(2),PMAX(2),SIGPAR(2)
      BTWN(a,b,c)=(a-b)*(b-c).ge.0.
      EXTERNAL UCOS2
      EXTERNAL UCOS

      open(unit=1,file='flowbcut2.dat',form='UNFORMATTED',recl=4096,
+       access='DIRECT',status='UNKNOWN')

      call hlimit(400000)
      call htitle('FlowB')
      call hbook1(10,'PHI0',100,-180.,180.,0.)
      call hbook1(20,'ACCEPTANCE(noncut)',100,-180.,180.,0.)
      call hbook1(30,'PHI1-PHI2 (REAL)',200,-180.,180.,0.)
      call hbook2(40,'phi1vsphi2',50,-180.,180.,50,-180.,180.,0.)
      call hbook1(50,'PHI1-PHI2 (MIXED)',200,-180.,180.,0.)
      call hbook2(60,'mix phi1vsphi2',50,-180.,180.,50,-180.,180.,0.)
      call hbook1(70,'REAL / MIXED',200,-180.,180.,0.)
      call hbook1(80,'PHI1-PHI2(noncut)real',200,-180.,180.,0.)
      call hbook1(90,'PHI1-PHI2(noncut)mixed',200,-180.,180.,0.)
      call hbook1(100,'full Real/Mixed',200,-180.,180.,0.)

      num_event =300000
      num_mult  =10
      v1 = 0.1
      v2 = 0.1

```



```

v3 = 0.
v4 = 0.

c      write(6,*)' FLOW-B (num_event) ?'
c      read(5,*) num_event
c      write(6,*)' FLOW-B (num_mult ) ?'
c      read(5,*) num_mult
c      write(6,*)' FLOW-B (v2          ) ?'
c      read(5,*) v2
c      write(6,*)' FLOW-B (v3          ) ?'
c      read(5,*) v3
c      write(6,*)' FLOW-B (v4          ) ?'
c      read(5,*) v4

c
c      do 100 n=1,10
c          v2=n/50
do 10 i=1,num_event                ! Real Event Loop
    PHI0 = RANPHI()
    call hfill(10,PHI0,0.,1.)
    do 20 j = 1, num_mult          ! Generate Tracks
        phi(j) = ranv2(v1,v2,v3,v4)+PHI0
        phi1(j) = PM180(phi(j))
        call hfill(20,phi1(j),0.,1.)
20          continue

        do 30 k = 1, num_mult      ! Cal. All Combinations
        do 40 m = 1, num_mult
            if(k.ne.m)then
                arg=phi1(k)-phi1(m)
                call hfill(80,PM180(arg),0.,1.) ! full acceptance
cccc
cccc  acceptance
cccc----- 4 -----
c      if((((phi1(k).ge.-1.)and.(phi1(k).le.89.)).or.
c      +      ((phi1(k).ge.91.)and.(phi1(k).le.180.))).or.

```

```

c      +      ((phi1(k).ge.-180.).and.(phi1(k).le.-179.)))then
c      if((((phi1(m).ge.-1.).and.(phi1(m).le.89.)).or.
c      +      ((phi1(m).ge.91.).and.(phi1(m).le.180.))).or.
c      +      ((phi1(m).ge.-180.).and.(phi1(m).le.-179.)))then
c
cccc----- 3 -----
c
c      if((Abs(phi1(k)).le.45.).or.(Abs(phi1(k)).ge.135.))then !acceptance
c      if((Abs(phi1(m)).le.45.).or.(Abs(phi1(m)).ge.135.))then ! cut
c
cccc---- 2 -----
      if((((phi1(k).ge.-33.75).and.(phi1(k).le.56.25)).or.
+      ((phi1(k).ge.123.75).and.(phi1(k).le.180.))).or.
+      ((phi1(k).ge.-180.).and.(phi1(k).le.-146.25)))then
      if((((phi1(m).ge.-33.75).and.(phi1(m).le.56.25)).or.
+      ((phi1(m).ge.123.75).and.(phi1(m).le.180.))).or.
+      ((phi1(m).ge.-180.).and.(phi1(m).le.-146.25)))then

cccc--- 1-----
c      if((phi1(k).lt.80.).or.(phi1(k).gt.100.))then
c      if((phi1(m).lt.80.).or.(phi1(m).gt.100.))then

cccc
cccccccccc !!!

      argc = phi1(k)-phi1(m)
      call hfill(40,phi1(k),phi1(m),1.)
      call hfill(30,(PM180(argc)),0.,1.)
      endif
      endif
      endif

40          Continue
30          Continue

c
c Mixed Event

```

```

c
c
      PHIm0=RANPHI()
do 50 l=1,num_mult
      phi2(l) = ranv2(v1,v2,v3,v4)+PHIm0
      phi2(l)=PM180(phi2(l))
50      continue

      do 60 t=1,num_mult
      do 70 s=1,num_mult
        if(t.ne.s)then
          argm=phi1(t)-phi2(s)
          call hfill(90,PM180(argm),0.,1.)      !noncut mixed event
cccccc
cccccc acceptance
cccc----- 4 -----
c      if((((phi1(t).ge.-1.)and.(phi1(t).le.89.)).or.
c      +      ((phi1(t).ge.91.)and.(phi1(t).le.180.))).or.
c      +      ((phi1(t).ge.-180.)and.(phi1(t).le.-179.)))then
c      if((((phi2(s).ge.-1.)and.(phi2(s).le.89.)).or.
c      +      ((phi2(s).ge.91.)and.(phi2(s).le.180.))).or.
c      +      ((phi2(s).ge.-180.)and.(phi2(s).le.-179.)))then
cccc----- 3 -----
c      if((Abs(phi1(t)).le.45.)or.(Abs(phi1(t)).ge.135.))then !acceptance
c      if((Abs(phi2(s)).le.45.)or.(Abs(phi2(s)).ge.135.))then ! cut
cccc----- 2 -----
      if((((phi1(t).ge.-33.75)and.(phi1(t).le.56.25)).or.
      +      ((phi1(t).ge.123.75)and.(phi1(t).le.180.))).or.
      +      ((phi1(t).ge.-180.)and.(phi1(t).le.-146.25)))then
      if((((phi2(s).ge.-33.75)and.(phi2(s).le.56.25)).or.
      +      ((phi2(s).ge.123.75)and.(phi2(s).le.180.))).or.
      +      ((phi2(s).ge.-180.)and.(phi2(s).le.-146.25)))then

cccc----- 1 -----
c      if((phi1(t).lt.80.)or.(phi1(t).gt.100.))then

```

```

c          if((phi2(s).lt.80.).or.(phi2(s).gt.100.))then

cccc
cccccccc

          argmc=phi1(t)-phi2(s)
          call hfill(50,(PM180(argmc)),0.,1.)           ! cut mixed Event
          call hfill(60,phi1(t),phi2(s),1.)
          endif
          endif
          endif

70          continue
60          continue

          call hopera(30,'E/E',50,70,1.,1.)           !cut flow
          call hopera(80,'E/E',90,100,1.,1.)         !fullacc flow

10          continue

c
c Fitting
c

PARAM(1)=100.
PARAM(2)=0.1
call hfith(70,UCOS,'QE',4,PARAM,STEP,PMIN,PMAX,SIGPAR,CHI2)
write(6,*)0.,v2,PARAM(2),SIGPAR(2)

PARAM(1)=100.
PARAM(2)=0.1
call hfith(100,UCOS,'QE',4,PARAM,STEP,PMIN,PMAX,SIGPAR,CHI2)
c  write(6,*)PARAM(1),SIGPAR(1)

```

```
c      call hreset(10,'')
c      call hreset(20,'')
c      call hreset(30,'')
c      call hreset(40,'')
c      call hreset(50,'')
c      call hreset(60,'')
c      call hreset(70,'')
c      call hreset(80,'')
c      call hreset(90,'')
c      call hreset(100,'')

c
c Standard Routine for Histogram Output
c

      call hrfile(1,'hexam','N')
      call hrout(0,icycle,' ')
      call hrend('hexam')

100  continue

      end

REAL FUNCTION UCOS2(X)
DOUBLE PRECISION DPAR(24),FITFUN
COMMON/HCFITD/DPAR,FITFUN
FITFUN=1.+2.*DPAR(1)*COS(0.03490*X)
UCOS2=FITFUN
END
```

```

REAL FUNCTION UCOS(X)
DOUBLE PRECISION DPAR(24),FITFUN1
COMMON/HCFITD/DPAR,FITFUN1
FITFUN1=1.+2.*DPAR(1)*COS(X*1.*3.141592/180.)
+      +2.*DPAR(2)*COS(X*2.*3.141592/180.)
+      +2.*DPAR(3)*COS(X*3.*3.141592/180.)
+      +2.*DPAR(4)*COS(X*4.*3.141592/180.)

```

```

UCOS=FITFUN1
END

```

```

REAL FUNCTION PM180(PHI1)

```

```

c
c Fix within plus minus 180 degree
c Ex. 200 --> 200 - 360 = -160
c

```

```

Real PHI1
PM180=PHI1
If(PHI1.ge.180.)then
    PM180=PHI1-360.
Elseif(PHI1.le.-180.)then
    PM180=PHI1+360.
Endif
Return
End

```

```

REAL FUNCTION RANV2(v1,v2,v3,v4)

```

```

c
c Random phi angle generation with 1+v2*cos 2*phi
c v1 ; INPUT ; strength of directed flow
c v2 ; INPUT ; strength of elliptic flow
c v3 ; INPUT ; strength of third flow
c v4 ; INPUT ; strength of forth flow
c RANV2 ; OUTPUT ; phi in degree
c
Real v1,v2,v3,v4,arg

```

```

Real RVEC(3)

7      Call RANMAR(RVEC,3)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
      RANV2 = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)
      arg = 1.+2.*v1*Cos(RANV2*3.1415926/180.)
+      +2.*v2*Cos(2.*RANV2*3.1415926/180.)
+      +2.*v3*Cos(3.*RANV2*3.1415926/180.)
+      +2.*v4*Cos(4.*RANV2*3.1415926/180.)

      If(RVEC(2)*(1.+2.*Abs(v1)+2.*Abs(v2)+2.*Abs(v3)+2.*(v4))
+      .le.arg)Return

      Goto 7
      End

REAL FUNCTION RANPHI()
c
c Uniform Random phi angle (-180.,180.)
c
Real RVEC(1),PHI,alfa,beta

      Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
      RANPHI = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)

      Return
      End

REAL FUNCTION RANGAUS(Amean,Sigma)

c Random number generation of Gauss distr.
C Amean ; INPUT : Mean value of Gaussian
C Sigma ; INPUT : Sigma of Gaussian

      Real Amean, Sigma
      Real RVEC(1)

```

```

      Call RNORML(RVEC,1)      ! Gaussian Random Number(MATHLIB)
RANGAUS = Sigma*RVEC(1) + Amean

RETURN
END

REAL FUNCTION RANEXP(Slope)

c Random number generation of Exponential ; Exp(-x/Slope).
C Slope ; INPUT : Inverse Slope Parameter

      Real Slope, RVEC(1)

      Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
RANEXP = -Slope*ALOG(1.-RVEC(1))

RETURN
END

Real Function RANXEXP(Icont,Slope,Xlow,Xhigh)

c Random number generation of X Exponential ; x * Exp(-x/Slope).
C Icont ; INPUT : Set 1 for initialize
C Slope ; INPUT : Inverse Slope Parameter
C Xlow ; INPUT : low end
C Xhigh ; INPUT : high end

SAVE FSPACE
Common /FXEXP1/ Slope1
Real Slope, Slope1, RVEC(1),FSPACE(200)
External FXEXP

If (Icont.eq.1)then      ! Initialize
      Slope1 = Slope
      Call FUNLXP(FXEXP,FSPACE,XLOW,XHIGH)
Endif

```



```
Call FUNLUX(FSPACE,RVEC,1)
RANXEXP = RVEC(1)
RETURN
END
```

```
FUNCTION FXEXP(X)
Common /FXEXP1/ Slope1
FXEXP= x*exp(-x/slope1)
RETURN
END
```

Reaction plane の Flattening:Generate Flow

```

      program rflatcut2

c     Analysis Elliptic Flow
c     METHOD - Flattening Reaction plane
c     Generate Flow !!

      common/pawc/h(40000000)
      Logical BTWN
      Integer N, Ierr
      Real phir(1000),PHI_rcal(100000),PHI_cal_ac(100000)
      Real phi1(1000),dphi(100000),a(100000),b(100000)
      Real s(100000),c(100000),x1(100000),y1(100000)
      Real PHI_org(100000),PHI_cal(100000),PHI_rcal_ac(1000000)
      Real PARAM(3),STEP(2),PMIN(2),PMAX(2),SIGPAR(3)
      COMMON/UDATA/v2,num_mult,num_event
      BTWN(a,b,c)=(a-b)*(b-c).ge.0.
      EXTERNAL UCOS2

      call hlimit(40000000)
      call hropen(1,'RFLAT','rflat5.hst','N',1024,Istat)
      call htitle('flattening reaction plane')

      n_correct = 40

c     write(6,*)' FLOW3 (num_event) ?'
      read(5,888) num_event
c     write(6,*)' FLOW3 (num_mult ) ?'
      read(5,888) num_mult
c     write(6,*)' FLOW3 (v2          ) ?'
      read(5,889) v2
c     write(6,*)' FLOW3 (n_correct )?'
c     read(5,*) n_correct

```

```

888 format(I10)
889 format(f10.3)
      s(n)=0.
      c(n)=0.

do 10 i=1,num_event           ! Event Loop
      PHI_org(i) = RANPHI()    ! reaction plane

      open(unit=100,file='out1.dat',recl=4096,status='UNKNOWN')

do 11 j = 1,num_mult          ! Generate Track
      phir(j)=ranv2(v2)+PHI_org(i)
      phir(j)=PM180(phir(j))
      write(100,8000)phir(j)
11  enddo

      call RPCAL(phir,x,y)     ! Cal. reaction plane
      x1(i)=x
      y1(i)=y
      PHI_cal(i)= ATAN2(y1(i),x1(i))*180./3.141592

do 100 n = 1,n_correct
      s(n)=SIN(n*PHI_cal(i)*3.141592/180.)+s(n)
      c(n)=COS(n*PHI_cal(i)*3.141592/180.)+c(n)
100  continue

10  continue

      close(100)

8000  format(f10.3)

      open(unit=300,file='out3.dat',recl=4096,status='UNKNOWN')
do 101 n=1,n_correct

```



```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C    CALCULATE REACTION PLANE

      REAL x,y,p,phi(200000)
      COMMON/UDATA/v2,num_mult,num_event
      x=0.
      y=0.
      do 5 k=1,num_mult
ccc cut 1
c      if((phi(k).lt.80.).or.(phi(k).gt.100.))then
ccc
ccc cut 3
c      if((Abs(phi(k)).lt.45.).or.(Abs(phi(k)).gt.135.))then

ccc cut 2
      if((((phi(k).ge.-33.75).and.(phi(k).le.56.25)).or.
+      ((phi(k).ge.123.75).and.(phi(k).le.180.))).or.
+      ((phi(k).ge.-180.).and.(phi(k).le.-146.25))))then

ccc cut 4
c      if(((phi(k).gt.-1.).and.(phi(k).lt.89.)).or.
c      +  ((phi(k).gt.91.).and.(phi(k).lt.180.)).or.
c      +  ((phi(k).gt.-180.).and.(phi(k).lt.-179.)))then
ccc cut 5
c      if(((phi(k).gt.-8.).and.(phi(k).lt.82.)).or.
c      +  ((phi(k).gt.98.).and.(phi(k).lt.180.)).or.
c      +  ((phi(k).gt.-180.).and.(phi(k).lt.-172.)))then

cccc
cccc 1st moment
c
c      x=COS(phi(k)*3.141592/180.) + x
c      y=SIN(phi(k)*3.141592/180.) + y
cccc
cccc 2nd moment

```

```

        x=COS(2.*phi(k)*3.141592/180.) + x
        y=SIN(2.*phi(k)*3.141592/180.) + y

        endif

5      enddo

      RETURN
      End

      REAL FUNCTION UCOS2(X)
      DOUBLE PRECISION DPAR(24),FITFUN
      COMMON/HCFITD/DPAR,FITFUN
ccc 1st moment
c      FITFUN=DPAR(1)*(1.+DPAR(2)*2.*COS(X*3.141592/180.))

ccc 2nd moment
      FITFUN=DPAR(1)*(1.+DPAR(2)*2.*COS(2.*X*3.141592/180.))

      UCOS2=FITFUN
      END

      REAL FUNCTION PM180(PHI1)
c
c      Fix within plus minus 180 degree
c      Ex. 200 --> 200 - 360 = -160
c
      Real PHI1
      PM180=PHI1
      If (PHI1.ge.180.)then
          PM180=PHI1-360.
      Elseif (PHI1.le.-180.)then

```

```

        PM180=PHI1+360.
    Endif
    Return
    End

    REAL FUNCTION RANV2(v2)
c
c   Random phi angle generation with  $1+v2*\cos^2\phi$ 
c   v2      ; INPUT  ; strength of elliptic flow
c   RANV2 ; OUTPUT ; phi in degree
c
    Real v2, arg,v1
    Real RVEC(3)

7       Call RANMAR(RVEC,3)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
    RANV2 = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)

    v1 = 0.1

ccc 1st moment
c   arg = 1.+ 2.*v2*Cos(RANV2*3.1415926/180.)
c   If(RVEC(2)*(1.+2.*Abs(v2)).le.arg)Return

ccc 2nd moment
    arg = 1.+2.*v1*Cos(RANV2*3.1415926/180.)
+       +2.*v2*Cos(2.*RANV2*3.1415926/180.)
    If(RVEC(2)*(1.+2.*Abs(v1)+2.*Abs(v2)).le.arg)Return

    Goto 7
    End

    REAL FUNCTION RANPHI()
c
c   Uniform Random phi angle (-180.,180.)

```

c

```
Real RVEC(1)
```

```
Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
```

```
RANPHI = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)
```

```
Return
```

```
End
```

```
REAL FUNCTION RANGAUS(Amean,Sigma)
```

```
c Random number generation of Gauss distr.
```

```
C Amean ; INPUT : Mean value of Gaussian
```

```
C Sigma ; INPUT : Sigma      of Gaussian
```

```
Real Amean, Sigma
```

```
Real RVEC(1)
```

```
Call RNORML(RVEC,1)      ! Gaussian Random Number(MATHLIB)
```

```
RANGAUS = Sigma*RVEC(1) + Amean
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
REAL FUNCTION RANEXP(Slope)
```

```
c Random number generation of Exponential ; Exp(-x/Slope).
```

```
C Slope ; INPUT : Inverse Slope Parameter
```

```
Real Slope, RVEC(1)
```

```
Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
```

```
RANEXP = -Slope*ALOG(1.-RVEC(1))
```

```
RETURN
```

```
END
```



Real Function RANXEXP(Icont,Slope,Xlow,Xhigh)

```
c Random number generation of X Exponential ; x * Exp(-x/Slope).
C   Icont ; INPUT  : Set 1 for initialize
C   Slope ; INPUT  : Inverse Slope Parameter
C   Xlow  ; INPUT  : low end
C   Xhigh ; INPUT  : high end
```

SAVE FSPACE

Common /FXEXP1/ Slope1

Real Slope, Slope1, RVEC(1),FSPACE(200)

External FXEXP

If (Icont.eq.1)then ! Initialize

Slope1 = Slope

Call FUNLXP(FXEXP,FSPACE,XLOW,XHIGH)

Endif

Call FUNLUX(FSPACE,RVEC,1)

RANXEXP = RVEC(1)

RETURN

END

FUNCTION FXEXP(X)

Common /FXEXP1/ Slope1

FXEXP= x\*exp(-x/slope1)

RETURN

END

## Reaction plane の Flattening:Reconstruct

```

      program rflatoutcut2
c
c   Analysis Elliptic Flow
c   METHOD - Flattening Reaction plane
c   Reconstruct

      common/pawc/h(40000000)
      Logical BTWN
      Integer N, Ierr,k
      Real phir(10000),PHI_rcal_ac(100000),PHI_fo(100000)
      Real PHI_cal_ac(10000),x1(10000),y1(10000),a(10000),b(10000)
      Real phi1(10000),phi(10000),phi2(10000),PHI_co(100000)
      Real PHI_org(100000),PHI_cal(100000),PHI_rrcal(100000)
      Real phi01(10000),phi02(10000),PHI_rcal_ac2(100000)
      Real dphi(10000),PHI_org2(100000)
      Real PARAM(3),STEP(3),PMIN(3),PMAX(3),SIGPAR(3)
      COMMON/UDATA/v2,num_mult,num_event
      BTWN(a,b,c)=(a-b)*(b-c).ge.0.
      EXTERNAL UCOS2

      open(unit=100,file='out1.dat',status='old')
      open(unit=200,file='out2.dat',status='old')
      open(unit=400,file='out4.dat',status='old')

      open(unit=1,file='rct-cut2.hst',form='UNFORMATTED',recl=4096,
+       access='DIRECT',status='UNKNOWN')

      call hlimit(40000000)
      call htitle('flattening reaction plane')
      call hbook1(1000,'PHI_cal_ac(j)',100,-180.,180.,0.)
      call hbook1(1001,'phi (PHI_rcal)',100,-180.,180.,0.)
      call hbook1(1002,'Resolution PHI_cal_ac',100,-180.,180.,0.)

```

```

call hbook1(1003,'Resolution PHI_rcal_ac',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1004,'phi (org1)',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1005,'phi (org2)',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1006,'phi (flat1)',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1007,'phi (flat2)',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1008,'reconstruct(PHI_org)',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1009,'reconstruct(PHI_rcal)',100,-180.,180.,0.)
call hbook2(1010,'phi_org vs phi_c-o',50,-180.,180
+           ,50,-180.,180.,0.)
call hbook2(1011,'phi_org vs phi_f-o',50,-180.,180.
+           ,50,-180.,180.,0.)
call hbook1(1012,'PHI_org2',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1013,'PHI_rcal2',100,-180.,180.,0.)

read(400,8003)num_event,num_mult,n_correct
rsl=0.
cnt = 0.
k = 0
do 100 i=1,num_event
    read(200,8001)PHI_cal(i),x1(i),y1(i),PHI_org(i)

        do 101 j = 1,num_mult
            read(100,8000)phir(j)
ccc cut 1
c          if((phir(j).lt.80.).or.(phir(j).gt.100.))then
ccc
ccc cut 3
c          if((Abs(phir(j)).lt.45.).or.(Abs(phir(j)).gt.135.))then
ccc cut 2
            if((((phir(j).ge.-33.75).and.(phir(j).le.56.25)).or.
+             ((phir(j).ge.123.75).and.(phir(j).le.180.)).or.
+             ((phir(j).ge.-180.).and.(phir(j).le.-146.25))))then
ccc cut 4
c          if(((phir(j).gt.-1.).and.(phir(j).lt.89.)).or.

```

```

c      +      ((phir(j).gt.91.).and.(phir(j).lt.180.)).or.
c      +      ((phir(j).gt.-180.).and.(phir(j).lt.-179.))then
ccc cut 5
c          if(((phir(j).gt.-8.).and.(phir(j).lt.82.)).or.
c      +      ((phir(j).gt.98.).and.(phir(j).lt.180.)).or.
c      +      ((phir(j).gt.-180.).and.(phir(j).lt.-172.))then
cccccccccccccccccccccc

          xx=x1(i)-Cos(2.*phir(j)*3.141592/180.)
          yy=y1(i)-Sin(2.*phir(j)*3.141592/180.)

          PHI_cal_ac(j)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592

call hfill(1000,PHI_cal_ac(j),0.,1.)

dphi(j)=0.
open(unit=300,file='out3.dat',status='old')
do 102 n = 1,n_correct
  read(300,8002)a(n),b(n)

  dphi(j)=(a(n)*Cos(n*PHI_cal_ac(j)*3.141592/180.)+
+          b(n)*Sin(n*PHI_cal_ac(j)*3.141592/180.))+dphi(j)
102  continue
  close(300)

dphi(j)=dphi(j)*180./3.141592

c      write(*,*)PHI_cal_ac(j),dphi(j)

PHI_rcal_ac(j)=PHI_cal_ac(j)+dphi(j)

xx=Cos(PHI_rcal_ac(j)*3.141592/180.)
yy=Sin(PHI_rcal_ac(j)*3.141592/180.)
PHI_rcal_ac(j)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592

call hfill(1001,PHI_rcal_ac(j),0.,1.)

```

```

w1=PHI_cal_ac(j)/2.-PHI_org(i)
xx=Cos(w1*3.141592/180.)
yy=Sin(w1*3.141592/180.)
w1=ATAN(yy/xx)*180./3.141592
call hfill(1002,w1,0.,1.)

call hfill(1010,PHI_org(i),w1,1.)

w2=PHI_rcal_ac(j)/2.-PHI_org(i)
xx=Cos(w2*3.141592/180.)
yy=Sin(w2*3.141592/180.)
w2=ATAN(yy/xx)*180./3.141592
call hfill(1003,w2,0.,1.)

call hfill(1011,PHI_org(i),w2,1.)
rsl=Cos(2.*w2*3.141593/180.)+rsl

```

```

cccccccccccccccccccccccc

```

```

phi01(j)=phir(j)-PHI_org(i)
xx=Cos(phi01(j)*3.141592/180.)
yy=Sin(phi01(j)*3.141592/180.)
phi01(j)=ATAN2(yy,xx)*180/3.141592
call hfill(1004,phi01(j),0.,1.)

PHI_org2(i)=PHI_org(i)+180.
PHI_org2(i)=PM180(PHI_org2(i))
call hfill(1012,PHI_org2(i),0.,1.)
phi02(j)=phir(j)-PHI_org2(i)
xx=Cos(phi02(j)*3.141592/180.)
yy=Sin(phi02(j)*3.141592/180.)
phi02(j)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592
call hfill(1005,phi02(j),0.,1.)

```

```

    phi1(j)=phir(j)-PHI_rcal_ac(j)/2.
    xx=Cos(phi1(j)*3.141592/180.)
    yy=Sin(phi1(j)*3.141592/180.)
    phi1(j)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592
    call hfill(1006,phi1(j),0.,1.)

    PHI_rcal_ac2(j)=PHI_rcal_ac(j)/2.+180.
    PHI_rcal_ac2(j)=PM180(PHI_rcal_ac2(j))
    call hfill(1013,PHI_rcal_ac2(j),0.,1.)
    phi2(j)=phir(j)-PHI_rcal_ac2(j)
    xx=Cos(phi2(j)*3.141592/180.)
    yy=Sin(phi2(j)*3.141592/180.)
    phi2(j)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592
    call hfill(1007,phi2(j),0.,1.)

    cnt = Cos(2.*(phir(j)-PHI_rcal_ac(j)/2.)*3.141592/180.) + cnt
    k=k+1
    Endif

101     continue
100     continue

    call hopera(1004,'+',1005,1008,1.,1.)
    call hopera(1006,'+',1007,1009,1.,1.)

    rsl = rsl/k
    cnt = cnt/k

ccc
ccc Fitting
ccc
c     PARAM(1)=100.
c     PARAM(2)=0.1
c     PARAM(3)=0.
    call hfith(1009,UCOS2,'Q',3,PARAM,STEP,PMIN,PMAX,SIGPAR,CHI2)
    write(*,*)'reconstruct (phi - PHI_rcal_ac)'
```

```

write(*,*)'Fitting v2 = ',PARAM(3),'+-',SIGPAR(3)
write(*,*)'*****'
write(*,*)'<Cos2(PHI_flat - PHI_org)> = ',rs1
v2 = PARAM(3)/rs1
write(*,*)'v2 = ',v2
write(*,*)'*****'
write(*,*)'<Cos2(phi-PHI0_flat)> = ',cnt
write(*,*)'v2 = ',cnt/rs1

8000    format(f10.3)
8001    format(f10.3,1x,f10.3,1x,f10.3,1x,f10.3)
8002    format(f10.3,1x,f10.3)
8003    format(I10,1x,I10,1x,I10)

      call hrfile(1,'EXAMPLE','N')
      call hrout(0,icycle,' ')
      call hrend('EXAMPLE')
      end

c Standard Routine for Histogram Output
c

      REAL FUNCTION UCOS2(X)
      DOUBLE PRECISION DPAR(24),FITFUN
      COMMON/HCFITD/DPAR,FITFUN
ccc 1st moment
c      FITFUN=DPAR(1)*(1.+DPAR(2)*2.*COS(X*3.141592/180.))

ccc 2nd moment
      FITFUN=DPAR(1)*(1.+DPAR(2)*2.*COS(1.*X*3.141592/180.)
+          +DPAR(3)*2.*COS(2.*X*3.141592/180.))

      UCOS2=FITFUN
      END

```

```

REAL FUNCTION PM180(PHI1)
c
c   Fix within plus minus 180 degree
c   Ex. 200 --> 200 - 360 = -160
c
  Real PHI1
  PM180=PHI1
  If(PHI1.ge.180.)then
    PM180=PHI1-360.
  ElseIf(PHI1.le.-180.)then
    PM180=PHI1+360.
  Endif
  Return
  End

REAL FUNCTION RANV2(v2)
c
c   Random phi angle generation with  $1+v2*\cos 2*\phi$ 
c   v2   ; INPUT   ; strength of elliptic flow
c   RANV2 ; OUTPUT ; phi in degree
c
  Real v2, arg
  Real RVEC(3)

  7      Call RANMAR(RVEC,3)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
  RANV2 = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)

ccc 1st moment
c   arg =  $1. + 2.*v2*\cos(RANV2*3.1415926/180.)$ 
c   If(RVEC(2)*(1.+2.*Abs(v2)).le.arg)Return

ccc 2nd moment
  arg =  $1. + 2.*v2*\cos(2.*RANV2*3.1415926/180.)$ 
  If(RVEC(2)*(1.+2.*Abs(v2)).le.arg)Return

```



```

Goto 7
End

REAL FUNCTION RANPHI()
c
c Uniform Random phi angle (-180.,180.)
c
Real RVEC(1)

Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
RANPHI = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)
Return
End

REAL FUNCTION RANGAUS(Amean,Sigma)

c Random number generation of Gauss distr.
C Amean ; INPUT : Mean value of Gaussian
C Sigma ; INPUT : Sigma      of Gaussian

Real Amean, Sigma
Real RVEC(1)

Call RNORML(RVEC,1)      ! Gaussian Random Number(MATHLIB)
RANGAUS = Sigma*RVEC(1) + Amean

RETURN
END

REAL FUNCTION RANEXP(Slope)

c Random number generation of Exponential ; Exp(-x/Slope).
C Slope ; INPUT : Inverse Slope Parameter

Real Slope, RVEC(1)

```

```

      Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
      RANEXP = -Slope*ALOG(1.-RVEC(1))

```

```

RETURN
END

```

```

Real Function RANXEXP(Icont,Slope,Xlow,Xhigh)

```

```

c Random number generation of X Exponential ; x * Exp(-x/Slope).
C      Icont ; INPUT : Set 1 for initialize
C      Slope ; INPUT : Inverse Slope Parameter
C      Xlow  ; INPUT : low end
C      Xhigh ; INPUT : high end

```

```

SAVE FSPACE

```

```

      Common /FXEXP1/ Slope1
      Real Slope, Slope1, RVEC(1),FSPACE(200)
      External FXEXP

```

```

      If (Icont.eq.1)then      ! Initialize
          Slope1 = Slope
          Call FUNLXP(FXEXP,FSPACE,XLOW,XHIGH)
      Endif
      Call FUNLUX(FSPACE,RVEC,1)
      RANXEXP = RVEC(1)

```

```

RETURN
END

```

```

FUNCTION FXEXP(X)
      Common /FXEXP1/ Slope1
      FXEXP= x*exp(-x/slope1)
      RETURN
      END

```



PHENIX の実験 DATA を 2 粒子の方位角差の分布から  
解析:Read Files

```

program rewrittenata100200

c
c PHENIX DATA (130AGeV) Analysis
c METHOD- Azimuthal angle gap between the two Tracks
c ReWrite DataFiles
c Multiplicity 100-200

common/pawc/h(4000000)
Logical BTWN
Integer N,q,Ierr,a,num_event,n_event,num_file,h,g,t
Integer b1,f1,b2,f2,b3,f3
Real phi(200000),phi1r(200000),phi2(200000)
Real phi1_b(200000),phi1_f(200000),phi2_b(200000)
Real xpcr(100000),ypcr(100000),zpcr(100000),phi2_f(200000)
Real phi1r(200000),theta1r(200000),eta1r(200000)
Real zvtxr(200000),eta_br(200000),eta_fr(200000)
Real eta_b(20000),eta_f(20000)
Real xpcm(200000),ypcm(200000),zpcm(200000),zvtxm(200000)
Real theta1m(200000),eta1m(200000),phi2_b(200000)
Real phi2_f(200000),eta_bm(200000),eta_fm(200000)
Real xpc3(200000),ypc3(200000),zpc3(200000),zvtx3(200000)
Real phi3(200000),eta1(200000),theta3(200000),eta_3(200000)
Real phi3_b(200000),phi3_f(200000),eta_f3(200000),eta_b3(200000)

BTWN(a,b,c)=(a-b)*(b-c).ge.0.
Character*60 in_file

num_file = 128
num_event = 2000
c write(6,*)'Number of files to read?'
c read(5,*)num_file

```

```

c      write(6,*)'Maximum number of events in one file ?'
c      read(5,*)num_event

      open(unit=888,file='exp.dat',status='old')
      open(unit=444,file='out0_2par_100200.dat',status='UNKNOWN')

      q=0

      do 1000 n = 1,num_file                ! file Loop
        read(888,'(a)')in_file

        open(unit=1,file=in_file,status='old')
        open(unit=100,file='out1_2par_100200.dat',
+         recl=4096,status='UNKNOWN')
        open(unit=101,file='out10_2par_100200.dat',
+         recl=4096,status='UNKNOWN')

      do 100 i = 1,num_event                ! Real event Loop
        read(1,*,End=100)ndc,npc1,npc2,ntec,ntof,tvtx,zvtx

        if(npc1.ne.0)then

          b1 = 0
          f1 = 0
          do 10 j = 1,npc1                  ! Track Loop
            read(1,*)xpc1,ypc1,zpc1
            xpcr(j)=xpc1
            ypcr(j)=ypc1
            zpcr(j)=zpc1
            zvtxr(j)=zvtx

            phi1r(j)=ATAN2(ypcr(j),xpcr(j))*180./3.141592
            theta1r(j)=ATAN2(sqrt(xpcr(j)**2.+ypcr(j)**2.),
+             zpcr(j)-zvtxr(j))
            eta1r(j)=-log(tan(theta1r(j)/2.))

```

```

        if(eta1r(j).lt.-0.05)then
            b1 = b1 + 1
            phi1_b(b1)=phi1r(j)
            eta_b(b1)=eta1r(j)
        elseif(eta1r(j).gt.0.05)then
            f1 = f1 + 1
            phi1_f(f1)=phi1r(j)
            eta_f(f1)=eta1r(j)
        endif

10      continue

        if((npc1.gt.100).and.(npc1.le.200))then
        if((npc1.gt.ndc*1.25).and.(npc1.lt.ndc*2.5))then
        if((b1.ne.0).and.(f1.ne.0))then

            q = q + 1
            write(100,*)ndc,npc1,npc2,ntec,ntof,tvtx,zvtx,b1
            write(101,*)ndc,npc1,npc2,ntec,ntof,tvtx,zvtx,f1

        do 11 j = 1,b1                                ! Track Loop

            write(100,*)phi1_b(j),eta_b(j)
11      continue

        do 12 j = 1,f1
            write(101,*)phi1_f(j),eta_f(j)
12      continue
        endif

        endif
        endif
        endif

```

```
100          continue
```

```
1000         continue
```

```
          close(888)
```

```
          write(444,*)q          ! Total Number of Events
```

```
          close(444)
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
C Rewrite data_file for mixed event
```

```
C
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
          open(unit=999,file='exp1.dat',status='old')
```

```
          read(999,'(a)')in_file
```

```
          do 2000 m = 1,num_file-1          ! file Loo
```

```
            read(999,'(a)')in_file
```

```
            write(*,*)in_file
```

```
            open(unit=2,file=in_file,status='old')
```

```
            open(unit=200,file='out2_2par_100200.dat',recl=4096,
```

```
+              status='UNKNOWN')
```

```
            open(unit=201,file='out20_2par_100200.dat',recl=4096,
```

```
+              status='UNKNOWN')
```

```
          do 200 k = 1,num_event          ! Mixed event Loop
```

```
            read(2,*,End=200)ndc,npc1,npc2,ntec,ntof,tvtx,zvtx
```

```
            if(npc1.ne.0)then
```

```

b2 = 0
f2 = 0

do 201 j = 1, npc1
  read(2,*)xpc1, ypc1, zpc1
  xpcm(j)=xpc1
  ypcm(j)=ypc1
  zpcm(j)=zpc1
  zvtxm(j)=zvtx
  phi2(j)=ATAN2(ypcm(j), xpcm(j))*180./3.141592
  theta1m(j)=ATAN2(sqrt(xpcm(j)**2.+ypcm(j)**2.),
+
                    zpcm(j)-zvtxm(j))
  eta1m(j)=-log(tan(theta1m(j)/2.))

  if(eta1m(j).lt.-0.05)then
    b2 = b2 + 1
    phi2_b(b2)=phi2(j)
    eta_bm(b2)=eta1m(j)
  elseif(eta1m(j).gt.0.05)then
    f2 = f2 + 1
    phi2_f(f2)=phi2(j)
    eta_fm(f2)=eta1m(j)
  endif

201  continue

  if((npc1.gt.ndc*1.25).and.(npc1.lt.ndc*2.5))then

    if((npc1.gt.100).and.(npc1.le.200))then

  if((b2.ne.0).and.(f2.ne.0))then

    write(200,*)ndc, npc1, npc2, ntec, ntof, tvtx, zvtx, b2
    write(201,*)ndc, npc1, npc2, ntec, ntof, tvtx, zvtx, f2

```



```
do 20 j = 1,b2                                ! Track Loop
  write(200,*)phi2_b(j),eta_bm(j)
20      continue

      do 21 j = 1,f2
        write(201,*)phi2_f(j),eta_fm(j)
21      continue

      endif

      endif

      endif
      endif
200      continue

2000      continue
      close(999)

      open(unit=777,file='exp1.dat',status='old')

      read(777,'(a)')in_file

      open(unit=3,file=in_file,status='old')

do 300 h = 1,num_event
  read(3,*,End=300)ndc,npc1,npc2,ntec,ntof,tvtx,zvtx

  if(npc1.ne.0)then
```

```

b3 = 0
f3 = 0

do 31 g = 1, npc1
  read(3,*)xpc1, ypc1, zpc1
  xpc3(g)=xpc1
  ypc3(g)=ypc1
  zpc3(g)=zpc1
  zvtx3(g)=zvtx
  phi3(g)=ATAN2(ypc3(g), xpc3(g))*180./3.141592
  theta3(g)=ATAN2(sqrt(xpc3(g)**2.+ypc3(g)**2.),
+
  zpc3(g)-zvtx3(g))

  eta_3(g)=-log(tan(theta3(g)/2.))

  if(eta_3(g).lt.-0.05)then
    b3 = b3 + 1
    phi3_b(b3)=phi3(g)
    eta_b3(b3)=eta_3(g)
  elseif(eta_3(g).gt.0.05)then
    f3 = f3 + 1
    phi3_f(f3)=phi3(g)
    eta_f3(f3)=eta_3(g)
  endif

31  continue

  if((npc1.gt.ndc*1.25).and.(npc1.lt.ndc*2.5))then

    if((npc1.gt.100).and.(npc1.le.200))then
  if((b3.ne.0).and.(f3.ne.0))then

    write(200,*)ndc, npc1, npc2, ntec, ntof, tvtx, zvtx, b3
    write(201,*)ndc, npc1, npc2, ntec, ntof, tvtx, zvtx, f3

```

```
do 123 j = 1,b3                                ! Track Loop
  write(200,*)phi3_b(j),eta_b3(j)
123  continue

do 22 j = 1,f3
  write(201,*)phi3_f(j),eta_f3(j)
22  continue

      endif

      endif
      endif

      endif

300      continue

end
```

PHENIX の実験 DATA を 2 粒子の方位角差の分布から  
解析:Reconstruct

```

        program phxnix2part100200
c
c      PHENIX DATA(130AGeV) Analysis
c      METHOD- Azimuthal angle gap between the two Tracks
c      Cal. Real / Mixed Event
c      Multiplicity 100-200

        common/pawc/h(4000000)
        Logical BTWN
        Integer Ierr,a,b1,b2,f1,f2,npclr,npclm,p,k
        Real phi(200000),phi1_b(200000),phi1_f(200000)
        Real phi2_b(200000),phi2_f(200000),theta1(200000)
        Real phi3_b(200000),phi3_f(200000),theta3(200000)
        Real eta3(200000),phi3(2000000),etam_b(100000)
        Real eta1(200000),phi1(200000),phi2(2000000)
        Real eta2(200000),theta2(200000),eta_b(10000)
        Real eta_f(10000),etam_f(200000)
        Real PARAM(2),STEP(2),PMIN(2),PMAX(2),SIGPAR(2),err
        BTWN(a,b,c)=(a-b)*(b-c).ge.0.
        EXTERNAL UCOS2
        EXTERNAL UCOS

        call hlimit(400000)
        call hropen(1,'EXAMPLE','phx_2par_100200.hst','N',1024,Istat)
        call htitle('FlowB')
        call hbook1(10,'BACKWARD phi',100,-180.,180.,0.)
        call hbook1(20,'FOREWARD phi',100,-180.,180.,0.)
        call hbook1(30,'REAL EVENT',200,-180.,180.,0.)
        call hbook2(40,'phi1 vs phi1',50,-180.,180.,50,-180.,180.,0.)
        call hbook1(50,'BACKWARG phi_m',200,-180.,180.,0.)
        call hbook1(60,'FOREWARD phi_m',200,-180.,180.,0.)

```

```

call hbook1(70,'MIXED EVENT',200,-180.,180.,0.)
call hbook2(80,'phi1 vs phi2',50,-180.,180.,50,-180.,180.,0.)
call hbook1(90,'REAL / MIXED',200,-180.,180.,0.)
call hbook2(101,'eta vs phib',50,-4.,4.,50,-180.,180.,0.)
call hbook2(201,'eta vs phif',50,-4.,4.,50,-180.,180.,0.)
call hbook2(100,'eta vs phi',50,-1.,1.,50,-180.,180.,0.)

open(unit=555,file='out0_2par_100200.dat',status='old')
open(unit=100,file='out1_2par_100200.dat',status='old')
open(unit=101,file='out10_2par_100200.dat',status='old')
open(unit=200,file='out2_2par_100200.dat',status='old')
open(unit=201,file='out20_2par_100200.dat',status='old')

read(555,*)num_event

do 10 i=1,num_event                ! Real Event Loop

read(100,*,End=10)ndc,npc1r,npc2,ntec,ntof,tvtx,zvtx,b1
read(101,*,End=10)ndc,npc1r,npc2,ntec,ntof,tvtx,zvtx,f1

do 20 j = 1,b1                    ! Tracks Loop

read(100,*)phi1_b(j),eta_b(j)

call hfill(10,phi1_b(j),0.,1.)
call hfill(101,eta_b(j),phi1_b(j),1.)

20                                continue
cccc

do 21 l = 1,f1
read(101,*)phi1_f(l),eta_f(l)

call hfill(20,phi1_f(l),0.,1.)

```

```

    call hfill(201,eta_f(1),phi1_f(1),1.)
21    continue

    do 30 k = 1, b1          ! Combinations
    do 40 m = 1, f1

        arg=phi1_b(k)-phi1_f(m)
        call hfill(30,PM180(arg),0.,1.)
        call hfill(40,phi1_b(k),phi1_f(m),1.)

40        Continue
30        Continue

c
c Mixed Event
c
c

read(200,*,End=10)ndc,npc1m,npc2,ntec,ntof,tvtx,zvtx,b2
read(201,*,End=10)ndc,npc1m,npc2,ntec,ntof,tvtx,zvtx,f2

    do 50 l=1,b2

        read(200,*)phi2_b(l),etam_b(l)
        call hfill(50,phi2_b(l),0.,1.)
50    continue

    do 51 l = 1,f2
        read(201,*)phi2_f(l),etam_f(l)
        call hfill(60,phi2_f(l),0.,1.)

51    continue
```

```

cccc
      do 60 t=1,b1
      do 70 s=1,f2

          argm=phi1_b(t)-phi2_f(s)
          call hfill(70,PM180(argm),0.,1.)
          call hfill(80,phi1_b(t),phi2_f(s),1.)

70          continue
60          continue

10          continue

          call hopera(30,'E/',70,90,1.,1.)          !Flow

          call hopera(101,'+',201,100,1.,1.)        !Flow

c
c Fitting
c

PARAM(1)=100.
PARAM(2)=0.1
call hfith(90,UCOS,'E',3,PARAM,STEP,PMIN,PMAX,SIGPAR,CHI2)
write(6,*)'***** PHENIX DATA 128 FILES *****'
write(6,*)'***** Multiplicity 100 - 200 *****'
write(6,*)'V2 = ',PARAM(3),'+-',SIGPAR(3)
v2 = sqrt(PARAM(3))
err = 0.5*(PARAM(3)**(-0.5))*SIGPAR(3)
write(6,*)'----> v2 = ',v2,' +- ',err

c

```

```
c Standard Routine for Histogram Output
```

```
c
```

```
c   call hrfile(1,'hexam','N')
   call hrout(0,icycle,' ')
   call hrend('EXAMPLE')
```

```
end
```

```
REAL FUNCTION UCOS2(X)
DOUBLE PRECISION DPAR(24),FITFUN
COMMON/HCFITD/DPAR,FITFUN
FITFUN=1.+2.*DPAR(1)*COS(0.03490*X)
UCOS2=FITFUN
END
```

```
REAL FUNCTION UCOS(X)
DOUBLE PRECISION DPAR(24),FITFUN1
COMMON/HCFITD/DPAR,FITFUN1
FITFUN1= DPAR(1)*(1.+2.*DPAR(2)*COS(X*1.*3.141592/180.)
+          +2.*DPAR(3)*COS(X*2.*3.141592/180.))
c   +          +2.*DPAR(4)*COS(X*3.*3.141592/180.)
c   +          +2.*DPAR(5)*COS(X*4.*3.141592/180.))
```

```
UCOS=FITFUN1
END
```

```
REAL FUNCTION PM180(PHI1)
c
c   Fix within plus minus 180 degree
c   Ex. 200 --> 200 - 360 = -160
c
   Real PHI1
```



```

PM180=PHI1
If(PHI1.ge.180.)then
  PM180=PHI1-360.
Elseif(PHI1.le.-180.)then
  PM180=PHI1+360.
Endif
Return
End

```

```

REAL FUNCTION RANV2(v1,v2,v3,v4)

```

```

c

```

```

c Random phi angle generation with  $1+v2*\cos 2*\phi$ 

```

```

c v1 ; INPUT ; strength of directed flow

```

```

c v2 ; INPUT ; strength of elliptic flow

```

```

c RANV2 ; OUTPUT ; phi in degree

```

```

c

```

```

Real v1,v2,v3,v4, arg

```

```

Real RVEC(3)

```

```

7 Call RANMAR(RVEC,3) ! Uniform Random Number (MATHLIB)

```

```

RANV2 = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)

```

```

arg = 1.+2.*v1*Cos(RANV2*3.1415926/180.)

```

```

+ +2.*v2*Cos(2.*RANV2*3.1415926/180.)

```

```

+ +2.*v3*Cos(3.*RANV2*3.1415926/180.)

```

```

+ +2.*v4*Cos(4.*RANV2*3.1415926/180.)

```

```

If(RVEC(2)*(1.+2.*Abs(v1)+2.*Abs(v2)+2.*Abs(v3)+2.*(v4))

```

```

+ .le.arg)Return

```

```

Goto 7

```

```

End

```

```

REAL FUNCTION RANPHI()

```

```

c

```

```

c Uniform Random phi angle (-180.,180.)

```

```

c

```

```
Real RVEC(1),PHI,alfa,beta
```

```
Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
```

```
RANPHI = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)
```

```
Return
```

```
End
```

```
REAL FUNCTION RANGAUS(Amean,Sigma)
```

```
c Random number generation of Gauss distr.
```

```
C Amean ; INPUT : Mean value of Gaussian
```

```
C Sigma ; INPUT : Sigma      of Gaussian
```

```
Real Amean, Sigma
```

```
Real RVEC(1)
```

```
Call RNORML(RVEC,1)      ! Gaussian Random Number(MATHLIB)
```

```
RANGAUS = Sigma*RVEC(1) + Amean
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
REAL FUNCTION RANEXP(Slope)
```

```
c Random number generation of Exponential ; Exp(-x/Slope).
```

```
C Slope ; INPUT : Inverse Slope Parameter
```

```
Real Slope, RVEC(1)
```

```
Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
```

```
RANEXP = -Slope*ALOG(1.-RVEC(1))
```

```
RETURN
```

```
END
```

Real Function RANXEXP(Icont,Slope,Xlow,Xhigh)

```
c Random number generation of X Exponential ; x * Exp(-x/Slope).
C   Icont ; INPUT  : Set 1 for initialize
C   Slope ; INPUT  : Inverse Slope Parameter
C   Xlow  ; INPUT  : low end
C   Xhigh ; INPUT  : high end
```

SAVE FSPACE

Common /FXEXP1/ Slope1

Real Slope, Slope1, RVEC(1),FSPACE(200)

External FXEXP

If (Icont.eq.1)then ! Initialize

Slope1 = Slope

Call FUNLXP(FXEXP,FSPACE,XLOW,XHIGH)

Endif

Call FUNLUX(FSPACE,RVEC,1)

RANXEXP = RVEC(1)

RETURN

END

FUNCTION FXEXP(X)

Common /FXEXP1/ Slope1

FXEXP= x\*exp(-x/slope1)

RETURN

END

PHENIXの実験 DATA を Reaction plane の Flattening に  
より解析する: Read Files

```

      program phxflat1100200
c
c   PHENIX DATA (130AGeV) Analysis
c   Flattening Reaction plane Distr.
c   Multiplicity 100-200
c
      common/pawc/h(40000000)
      Logical BTWN
      Integer n, Ierr,l,for(10000),n_event,n_correct,back(10000),h
      Integer t,npc1,p
      Real phir(1000),PHI_rcal(100000),p_rapidity
      Real phi1(1000),dphi(100000),ab(100000),bb(100000)
      Real af(100000),bf(100000)
      Real sf(100000),cf(100000),x1(100000),y1(100000)
      Real sb(100000),cb(100000),x2(100000),y2(100000)
      Real theta(10000),phi(10000),eta(10000),eta1(100000)
      Real PHI_calf(100000),PHI_calb(100000),etar(100000)
      Real PARAM(3),STEP(2),PMIN(2),PMAX(2),SIGPAR(3)
      BTWN(a,b,c)=(a-b)*(b-c).ge.0.
      EXTERNAL UCOS2
      character*60 in_file
      integer iphi,ie
      real    fphi

      num_file = 128
      num_event = 2000
      n_correct = 40

      write(6,*)' Flow Analysis with Flattening the Reaction Plane !'
      write(6,*)'***** PHENIX Data ***** '
c    write(6,*)' Numer of files to read ?'

```

```

c   read(5,*) num_file
c   write(6,*)' The Maximum number of events in one file ?'
c   read(5,*) num_event
c   write(6,*)' The Order to Flatten Reaction Plane (n) ? '
c   read(5,*) n_correct

```

```

p_rapidity = 0.05

```

```

sf(n)=0.

```

```

cf(n)=0.

```

```

sb(n)=0.

```

```

cb(n)=0.

```

```

open(unit=100,file='out1_flat.dat',recl=4096,status='UNKNOWN')

```

```

open(unit=400,file='out4_flat.dat',recl=4096,status='UNKNOWN')

```

```

open(unit=888,file='exp.dat',recl=4096,status='old')

```

```

n_event=0

```

```

t = 0

```

```

do 10000 h = 1,num_file           ! Read file

```

```

  read(888,'(a)',End=10000)in_file

```

```

c   in_file='../'//in_file

```

```

  t = t + 1

```

```

  write(*,*)'Reading',t,'th file now !'

```

```

  open(unit=500,file=in_file,recl=4096,status='old')

```

```

do 10 i=1,num_event           ! Event Loop

```

```

  read(500,*,End=10)ndc,npc1,npc2,ntec,ntof,tvtx,zvtx

```

```

  if(npc1.ne.0)then

```

```

    l = 0

```

```

p = 0
do 11 j = 1,npc1                                ! Track Loop

    read(500,*)xpc1,ypc1,zpc1

    phi(j)=ATAN2(ypc1,xpc1)*180./3.141592

    theta(j)=ATAN2(sqrt(xpc1**2.+ypc1**2.),zpc1-zvtx)
    eta(j)=-log(TAN(theta(j)/2.))

    iphi=int((phi(j)+180.)*50/360)                ! phi slice
    ie=mod(iphi,2)+1
    fphi=phi(j)+180.-float(iphi)*360.0/50.0
    if (fphi.lt.1.72) ie=0
CSE    if(eta(j).gt.p_rapidity)then !!!! Divide pseudo-rapidity Distr.
    if(ie.eq.1)then !!!! Divide pseudo-rapidity Distr.
        l = l + 1
        phir(l)=phi(j)
        etar(l)=eta(j)
CSE    Elseif(eta(j).lt.-1.*p_rapidity)then
    Elseif(ie.eq.2)then
        p = p + 1
        phi1(p)=phi(j)
        eta1(p)=eta(j)
        endif
    11    enddo

cccccc

    if((npc1.lt.ndc*2.5).and.(npc1.gt.ndc*1.25))then
    if((npc1.gt.100).and.(npc1.lt.200))then      !!!! multiplicity
    if((p.ne.0).and.(l.ne.0))then

cccccc

    call RPCAL(phir,l,xx1,yy1)                    ! Cal. reaction plane
    x1(i)=xx1
    y1(i)=yy1
    PHI_calf(i)= ATAN2(y1(i),x1(i))*180./3.141592

```

```

      call RPCAL(phi1,p,xx2,yy2)
      x2(i)=xx2
      y2(i)=yy2
      PHI_calb(i)= ATAN2(y2(i),x2(i))*180./3.141592

                                         ! number of Tracks
      for(i)= p                          ! for reconstruct
      back(i)=1                          ! for reaction plane

      n_event=n_event+1
      write(100,*)PHI_calb(i),for(i)

      do 112 j = 1,for(i)

          write(100,*)phi1(j),eta1(j)

112      continue

CCCCC Cal. for Resolution
      write(400,*)PHI_calb(i),back(i)

      do 113 j = 1,back(i)

          write(400,*)phir(j),etar(j)

113      continue

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      do 100 n = 1,n_correct
          sf(n)=SIN(n*PHI_calb(i)*3.141592/180.)+sf(n)
          cf(n)=COS(n*PHI_calb(i)*3.141592/180.)+cf(n)

```

```
sb(n)=SIN(n*PHI_calb(i)*3.141592/180.)+sb(n)
cb(n)=COS(n*PHI_calb(i)*3.141592/180.)+cb(n)

100      continue

      endif
      endif
      endif

      endif

10      continue

10000      continue

      open(unit=200,file='out2_flat.dat',recl=4096,status='UNKNOWN')
do 101 n=1,n_correct
      af(n)=(-2./n)*sf(n)/n_event
      bf(n)=( 2./n)*cf(n)/n_event
      write(200,*)af(n),bf(n)
101      continue

      open(unit=600,file='out5_flat.dat',recl=4096,status='UNKNOWN')
do 102 n=1,n_correct
      ab(n)=(-2./n)*sb(n)/n_event
      bb(n)=( 2./n)*cb(n)/n_event
      write(600,*)ab(n),bb(n)
102      continue
```



```

        close(100)
        close(200)
        close(600)

cccccccc

        open(unit=300,file='out3_flat.dat',recl=4096,status='UNKNOWN')
        write(300,*)n_event,n_correct
        close(300)

c
c Standard Routine for Histogram Output
c

        call hrout(0,icycle,' ')
        call hrend('RFLAT')

        end

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      SUBROUTINE RPCAL(phi,n,x,y)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C    CALCULATE REACTION PLANE

      REAL x,y,p,phi(200000)
      Integer n
      x=0.
      y=0.
      do 5 k=1,n

          x=cos(2.*phi(k)*3.141592/180.) + x
          y=sin(2.*phi(k)*3.141592/180.) + y

5      enddo

      RETURN

```

End

```
REAL FUNCTION UCOS2(X)
DOUBLE PRECISION DPAR(24),FITFUN
COMMON/HCFITD/DPAR,FITFUN
```

ccc 1st moment

```
c      FITFUN=DPAR(1)*(1.+DPAR(2)*2.*COS(X*3.141592/180.))
```

ccc 2nd moment

```
FITFUN=DPAR(1)*(1.+DPAR(2)*2.*COS(2.*X*3.141592/180.))
```

```
UCOS2=FITFUN
```

```
END
```

```
REAL FUNCTION PM180(PHI1)
```

c

c Fix within plus minus 180 degree

c Ex. 200 --> 200 - 360 = -160

c

```
Real PHI1
```

```
PM180=PHI1
```

```
If(PHI1.ge.180.)then
```

```
    PM180=PHI1-360.
```

```
Elseif(PHI1.le.-180.)then
```

```
    PM180=PHI1+360.
```

```
Endif
```

```
Return
```

```
End
```

```
REAL FUNCTION RANV2(v2)
```

c

c Random phi angle generation with  $1+v2*\cos 2*\phi$

c v2 ; INPUT ; strength of elliptic flow

```

c   RANV2 ; OUTPUT ; phi in degree
c
c   Real v2, arg
c   Real RVEC(3)

7       Call RANMAR(RVEC,3)           ! Uniform Random Number (MATHLIB)
        RANV2 = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)

ccc 1st moment
c   arg = 1.+ 2.*v2*cos(RANV2*3.1415926/180.)
c   If(RVEC(2)*(1.+2.*Abs(v2)).le.arg)Return

ccc 2nd moment
        arg = 1.+ 2.*v2*cos(2.*RANV2*3.1415926/180.)
        If(RVEC(2)*(1.+2.*Abs(v2)).le.arg)Return

        Goto 7
        End

REAL FUNCTION RANPHI()
c
c   Uniform Random phi angle (-180.,180.)
c
c   Real RVEC(1)

        Call RANMAR(RVEC,1)           ! Uniform Random Number (MATHLIB)
        RANPHI = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)
        Return
        End

REAL FUNCTION RANGAUS(Amean,Sigma)

c   Random number generation of Gauss distr.
C   Amean ; INPUT : Mean value of Gaussian

```

```

C   Sigma ; INPUT  : Sigma      of Gaussian

      Real Amean, Sigma
      Real RVEC(1)

      Call RNORML(RVEC,1)      ! Gaussian Random Number(MATHLIB)
RANGAUS = Sigma*RVEC(1) + Amean

      RETURN
      END

      REAL FUNCTION RANEXP(Slope)

c   Random number generation of Exponential ; Exp(-x/Slope).
C   Slope ; INPUT  : Inverse Slope Parameter

      Real Slope, RVEC(1)

      Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
RANEXP = -Slope*ALOG(1.-RVEC(1))

      RETURN
      END

      Real Function RANXEXP(Icont,Slope,Xlow,Xhigh)

c   Random number generation of X Exponential ; x * Exp(-x/Slope).
C       Icont ; INPUT  : Set 1 for initialize
C   Slope ; INPUT  : Inverse Slope Parameter
C       Xlow  ; INPUT  : low end
C       Xhigh ; INPUT  : high end

      SAVE FSPACE
      Common /FXEXP1/ Slope1
      Real Slope, Slope1, RVEC(1),FSPACE(200)
      External FXEXP

```

```
    If (Icont.eq.1)then      ! Initialize
      Slope1 = Slope
      Call FUNLXP(FXEXP,FSPACE,XLOW,XHIGH)
    Endif
    Call FUNLUX(FSPACE,RVEC,1)
    RANXEXP = RVEC(1)
RETURN
END
```

```
FUNCTION FXEXP(X)
Common /FXEXP1/ Slope1
FXEXP= x*exp(-x/slope1)
RETURN
END
```

PHENIXの実験 DATA を Reaction plane の Flattening に  
より解析する: Reconstruct

```

      program phxflat2100200
c
c   PHENIX DATA (130AGeV) Analysis
c   Flattening Reaction plane Distr.
c
c   Reconstruct!!

      common/pawc/h(40000000)
      Logical BTWN
      Integer N, Ierr,for(100000),back(100000),m,t
      Real phif(100000),PHI_rcal_f(1000000),PHI_rcal_b(10000000)
      Real PHI_calf(100000),x1(100000),y1(100000),af(100000)
      Real PHI_calb(100000),ab(100000),bb(100000)
      Real phi1_f(10000),phi(10000),phi2_f(10000),bf(100000)
      Real phi1_b(10000),phi2_b(100000),PHI_rcal2_f(1000000)
      Real PHI_rcal2(100000),phib(100000),PHI_rcal2_b(1000000)
      Real dphi_f(10000),dphi_b(10000),etab(10000),etaf(10000)
      Real PARAM(3),STEP(3),PMIN(3),PMAX(3),SIGPAR(3)
      BTWN(a,b,c)=(a-b)*(b-c).ge.0.
      EXTERNAL UCOS2

      open(unit=100,file='out1_flat.dat',status='old')
      open(unit=400,file='out4_flat.dat',status='old')
      open(unit=300,file='out3_flat.dat',status='old')

      open(unit=1,file='phx_flat_100200.hst',form='UNFORMATTED',
+       recl=4096, access='DIRECT',status='UNKNOWN')

      call hlimit(40000000)
      call htitle('flattening reaction plane')
      call hbook1(1000,'PHI_cal(i)',100,-180.,180.,0.)

```

```

call hbook1(1001,'PHI_flat(i)',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1002,'reconstruct 1',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1003,'reconstruct 2',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1004,'PHI(reconstruct)',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1005,'reconstruct 1_b',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1006,'reconstruct 2_b',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1007,'PHI(reconstruct)_b',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(1008,'PHI(reconstruct)_f+b',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(2000,'PHI_b(i)',100,-180.,180.,0.)
call hbook1(2001,'PHI_flat_b(i)',100,-180.,180.,0.)
call hbook2(10,'etab vs phi',50,-1.,1.,50,-180.,180.,0.)
call hbook2(20,'etaf vs phi',50,-1.,1.,50,-180.,180.,0.)
call hbook2(30,'eta vs phi',50,-1.,1.,50,-180.,180.,0.)

read(300,*)n_event,n_correct
rsl=0.
cnt = 0.
m = 0
t = 0

do 100 i=1,n_event

    read(100,*,End=100)PHI_calf(i),for(i)
    read(400,*,End=100)PHI_calb(i),back(i)

        call hfill(1000,PHI_calf(i),0.,1.)
        call hfill(2000,PHI_calb(i),0.,1.)

    open(unit=200,file='out2_flat.dat',status='old')
    open(unit=500,file='out5_flat.dat',status='old')

    dphi_f(i)=0.
    dphi_b(i)=0.
    do 102 n = 1,n_correct
        read(200,*)af(n),bf(n)
        read(500,*)ab(n),bb(n)

```

```

dphi_f(i)=(af(n)*Cos(n*PHI_calf(i)*3.141592/180.)+
+         bf(n)*Sin(n*PHI_calf(i)*3.141592/180.))+dphi_f(i)

dphi_b(i)=(ab(n)*Cos(n*PHI_calb(i)*3.141592/180.)+
+         bb(n)*Sin(n*PHI_calb(i)*3.141592/180.))+dphi_b(i)

102  continue
      close(200)
      close(500)

      dphi_f(i)=dphi_f(i)*180./3.141592
      dphi_b(i)=dphi_b(i)*180./3.141592

      PHI_rcal_f(i)=PHI_calf(i)+dphi_f(i)
      PHI_rcal_b(i)=PHI_calb(i)+dphi_b(i)

      xx=Cos(PHI_rcal_f(i)*3.141592/180.)
      yy=Sin(PHI_rcal_f(i)*3.141592/180.)
      PHI_rcal_f(i)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592

      xx=Cos(PHI_rcal_b(i)*3.141592/180.)
      yy=Sin(PHI_rcal_b(i)*3.141592/180.)
      PHI_rcal_b(i)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592

      call hfill(1001,PHI_rcal_f(i),0.,1.)
      call hfill(2001,PHI_rcal_b(i),0.,1.)

      rsl=Cos((PHI_rcal_b(i)-PHI_rcal_f(i))*3.141593/180.)
+      +rsl
      t = t + 1
do 111 k = 1,back(i)
      read(400,*)phif(k),etaf(k)
      call hfill(10,etaf(k),phif(k),1.)

      phi1_f(k)=phif(k)-PHI_rcal_b(i)/2.

```



```

    xx=Cos(phi1_f(k)*3.141592/180.)
    yy=Sin(phi1_f(k)*3.141592/180.)
    phi1_f(k)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592
    call hfill(1005,phi1_f(k),0.,1.)

    PHI_rcal2_b(i)=PHI_rcal_b(i)/2.+180.
    PHI_rcal2_b(i)=PM180(PHI_rcal2_b(i))
    phi2_f(k)=phif(k)-PHI_rcal2_b(i)
    xx=Cos(phi2_f(k)*3.141592/180.)
    yy=Sin(phi2_f(k)*3.141592/180.)
    phi2_f(k)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592
    call hfill(1006,phi2_f(k),0.,1.)
111 continue

do 101 j=1,for(i)
  read(100,*)phib(j),etab(j)
  call hfill(20,etab(j),phib(j),1.)

  phi1_b(j)=phib(j)-PHI_rcal_f(i)/2.
  xx=Cos(phi1_b(j)*3.141592/180.)
  yy=Sin(phi1_b(j)*3.141592/180.)
  phi1_b(j)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592
  call hfill(1002,phi1_b(j),0.,1.)

  PHI_rcal2_f(i)=PHI_rcal_f(i)/2.+180.
  PHI_rcal2_f(i)=PM180(PHI_rcal2_f(i))
  phi2_b(j)=phib(j)-PHI_rcal2_f(i)
  xx=Cos(phi2_b(j)*3.141592/180.)
  yy=Sin(phi2_b(j)*3.141592/180.)
  phi2_b(j)=ATAN2(yy,xx)*180./3.141592
  call hfill(1003,phi2_b(j),0.,1.)

  cnt = Cos(2.*(phib(j)-PHI_rcal_f(i)/2.)*3.141592/180.) + cnt
  m=m+1

```

```

101  continue

100      continue

      call hopera(1002,'+',1003,1004,1.,1.)
      call hopera(10,'+',20,30,1.,1.)
      call hopera(1005,'+',1006,1007,1.,1.)

      call hopera(1004,'+',1007,1008,1.,1.)

      rsl = sqrt(rsl/t)
      cnt = cnt/m

ccc
ccc Fitting
ccc

c      PARAM(1)=100.
c      PARAM(2)=0.1
c      PARAM(3)=0.
      call hfith(1008,UCOS2,'Q',3,PARAM,STEP,PMIN,PMAX,SIGPAR,CHI2)
      write(*,*)'***** PHENIX DATA 128 FILES *****'
      write(*,*)'***** Multiplicity 100-200 *****'
      write(*,*)'** Reconstruct (phi(j)-PHI_flat(i)) and Fitting ** '
      write(*,*)' v2 = ',PARAM(3),' +- ',SIGPAR(3)
      write(*,*)'**** Resolution **** '
      write(*,*)'SQRT<Cos2(PHI_for - PHI_back)> = ',rsl
      v2 = PARAM(3)/rsl
      err = SIGPAR(3)/rsl
      write(*,*)'--> v2 = ',v2,' +- ',err
      write(*,*)'*****'
      write(*,*)'Cal. <Cos2(phi(j)-PHI0_flat(i))> '

```

```

write(*,*)'v2 = ',cnt
v2_cal = cnt/rs1
write(*,*)'--> v2_cal = ',v2_cal

call hrfile(1,'EXAMPLE','N')
call hrout(0,icycle,' ')
call hrend('EXAMPLE')
end

c Standard Routine for Histogram Output
c

      REAL FUNCTION UCOS2(X)
      DOUBLE PRECISION DPAR(24),FITFUN
      COMMON/HCFITD/DPAR,FITFUN
ccc 1st moment
c      FITFUN=DPAR(1)*(1.+DPAR(2)*2.*COS(X*3.141592/180.))

ccc 2nd moment
      FITFUN=DPAR(1)*(1.+2.*DPAR(2)*COS(1.*X*3.141592/180.)
+          +2.*DPAR(3)*COS(2.*X*3.141592/180.))

      UCOS2=FITFUN
      END

      REAL FUNCTION PM180(PHI1)
c
c      Fix within plus minus 180 degree
c      Ex. 200 --> 200 - 360 = -160
c
      Real PHI1
      PM180=PHI1
      If(PHI1.ge.180.)then
          PM180=PHI1-360.
      Elseif(PHI1.le.-180.)then
          PM180=PHI1+360.

```

```

      Endif
      Return
      End

      REAL FUNCTION RANV2(v2)
c
c   Random phi angle generation with  $1+v2*\cos 2*\phi$ 
c   v2      ; INPUT  ; strength of elliptic flow
c   RANV2 ; OUTPUT ; phi in degree
c
      Real v2, arg
      Real RVEC(3)

      7      Call RANMAR(RVEC,3)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
      RANV2 = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)

ccc 1st moment
c      arg = 1.+ 2.*v2*Cos(RANV2*3.1415926/180.)
c      If(RVEC(2)*(1.+2.*Abs(v2)).le.arg)Return

ccc 2nd moment
      arg = 1.+ 2.*v2*Cos(2.*RANV2*3.1415926/180.)
      If(RVEC(2)*(1.+2.*Abs(v2)).le.arg)Return

      Goto 7
      End

      REAL FUNCTION RANPHI()
c
c   Uniform Random phi angle (-180.,180.)
c
      Real RVEC(1)

      Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)

```

```

RANPHI = 360.*RVEC(1)-180. ! Uniform Random (-180.,180.)
Return
End

```

```

REAL FUNCTION RANGAUS(Amean,Sigma)

```

```

c Random number generation of Gauss distr.
C Amean ; INPUT : Mean value of Gaussian
C Sigma ; INPUT : Sigma      of Gaussian

```

```

Real Amean, Sigma
Real RVEC(1)

```

```

Call RNORML(RVEC,1)      ! Gaussian Random Number(MATHLIB)
RANGAUS = Sigma*RVEC(1) + Amean

```

```

RETURN
END

```

```

REAL FUNCTION RANEXP(Slope)

```

```

c Random number generation of Exponential ; Exp(-x/Slope).
C Slope ; INPUT : Inverse Slope Parameter

```

```

Real Slope, RVEC(1)

```

```

Call RANMAR(RVEC,1)      ! Uniform Random Number (MATHLIB)
RANEXP = -Slope*ALOG(1.-RVEC(1))

```

```

RETURN
END

```

```

Real Function RANXEXP(Icont,Slope,Xlow,Xhigh)

```

```

c Random number generation of X Exponential ; x * Exp(-x/Slope).
C Icont ; INPUT : Set 1 for initialize

```

```
C Slope ; INPUT : Inverse Slope Parameter
C   Xlow  ; INPUT : low end
C   Xhigh ; INPUT : high end

SAVE FSPACE
Common /FXEXP1/ Slope1
Real Slope, Slope1, RVEC(1),FSPACE(200)
External FXEXP

If (Icont.eq.1)then      ! Initialize
    Slope1 = Slope
    Call FUNLXP(FXEXP,FSPACE,XLOW,XHIGH)
Endif
Call FUNLUX(FSPACE,RVEC,1)
RANXEXP = RVEC(1)
RETURN
END

FUNCTION FXEXP(X)
Common /FXEXP1/ Slope1
FXEXP= x*exp(-x/slope1)
RETURN
END
```



☒ C.1: HADROSAURS