

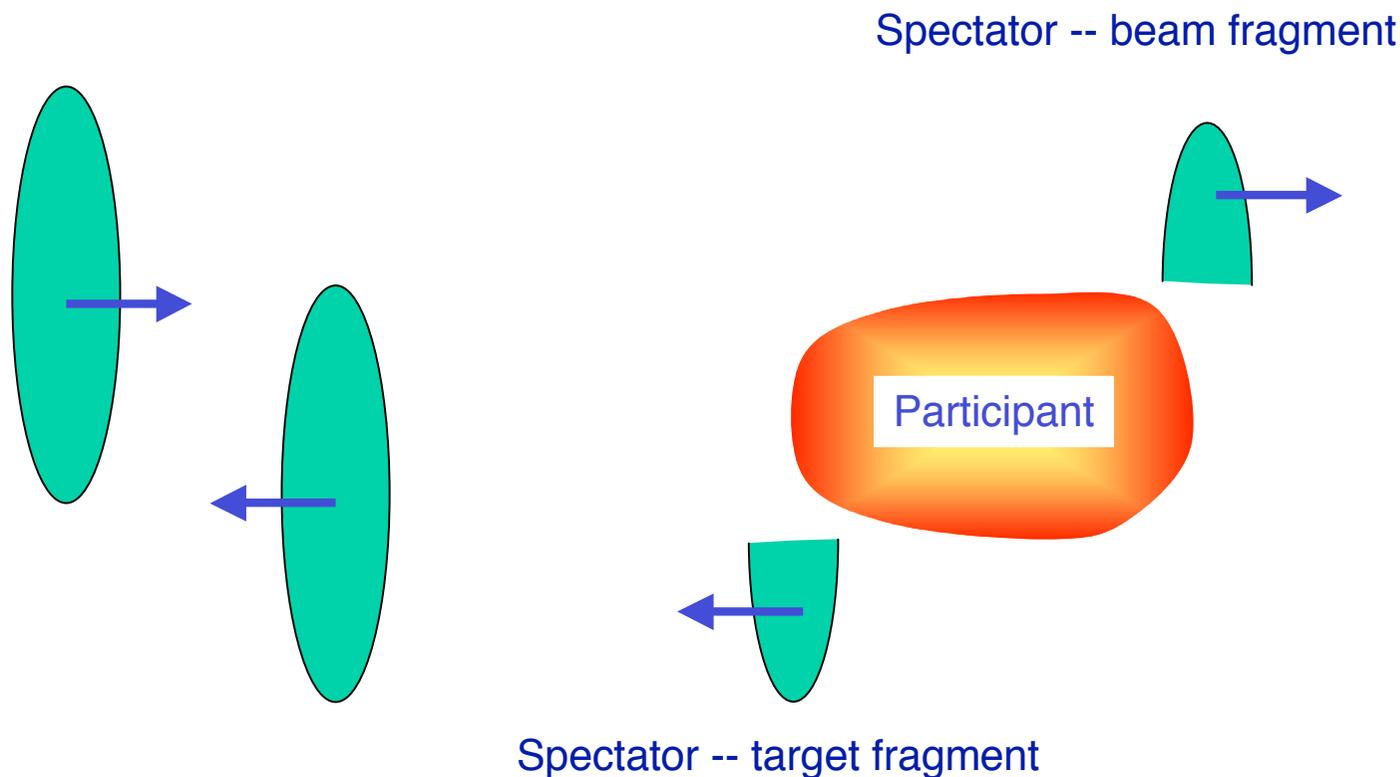
# ハドロンの動的な性質 と 重イオン衝突

# 原子核・原子核衝突

- Participant-spectator 描像
  - Projectile fragments の性質
- 二つの領域
  - Stopping 領域と scaling 領域
- 初期エネルギー密度
- 流体力学的な系の記述

# Participant-spectator 描像

- 衝突係数によって衝突の様相が決まる
- 関与部 (participant) と不関与部 (spectator)
- Participant の様相：エネルギー領域で異なる



# Projectile Fragments の性質

- 入射原子核とほぼ同じ速度を持つ
  - 運動量移行が小さい
- 運動量分布巾が小さい
- 多くの応用例 - - 不安定原子核の研究



$$\frac{d^3 \rho_K}{dp^3} \exp \left[ - \frac{(p_z - p_{z0})^2}{2 \sigma_z^2} - \frac{p_T^2}{2 \sigma_T^2} \right] \quad (\text{ビームAの静止系})$$

$$p_z \approx p_0 \sqrt{\frac{K(A-K)}{A-1}}; \quad p_0 \sim 90 \text{ MeV}/c$$

$$p_T \sim p_z, \quad p_{z0} < p_z$$

# $\square_z$ の統計的な導出

$$\square_{Ai} p_i = 0 \quad \square \quad \square_{Ai} p_i^2 + \square_{A(i,j)} p_i p_j = 0$$

$$\langle p_i^2 \rangle = \square_{Ai} p_i^2 / \square_{Ai} = \square_{Ai} p_i^2 / A,$$

$$\langle p_i p_j \rangle = \square_{A(i,j)} p_i p_j / \square_{A(i,j)} = \square_{A(i,j)} p_i p_j / A(A-1)$$

$$\langle p_i p_j \rangle = \square \frac{\langle p_i \rangle^2}{A-1}$$

$$p_K = \square_{Ki} p_i$$

$$\langle p_K^2 \rangle = \langle \square_{Ki} p_i^2 + \square_{K(i,j)} p_i p_j \rangle = K \langle p_i^2 \rangle + K(K-1) \langle p_i p_j \rangle$$

$$= \square_{K} \square \frac{K(K-1) \square \langle p_i^2 \rangle}{A-1} = \frac{K(A-K)}{A-1} \langle p_i^2 \rangle$$

$$\square_0^2 = \frac{\langle p_i^2 \rangle}{3}; \quad \langle p_i^2 \rangle = \frac{3}{5} p_F^2 \quad \square \quad \square_0 \sim 120 \text{ MeV}/c$$

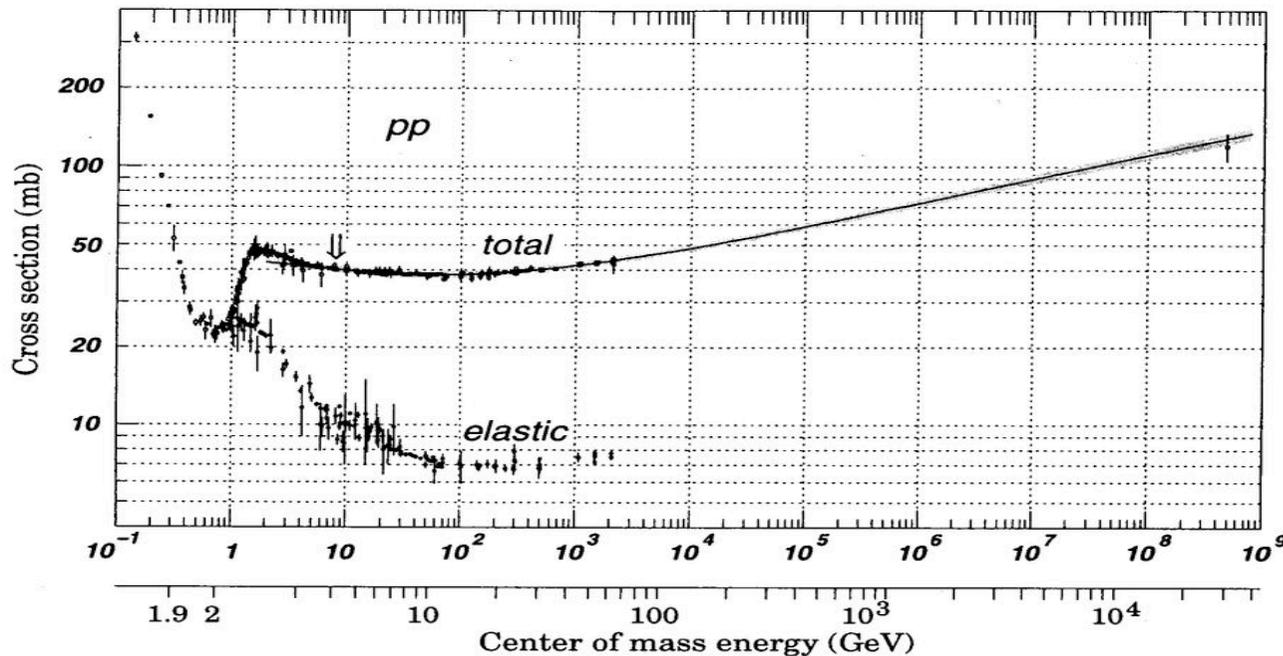
# Participant の様相

入射粒子のエネルギー → 衝突の様相が変化

- 低いエネルギー (数GeV/核子以下)
  - 核子同士の衝突
  - 粒子 (中間子) 生成 : 直接生成 + 核子励起状態の崩壊
- 中エネルギー (数AGeV ~ 数10AGeV)
  - 核子の衝突 → パートンの衝突
  - 粒子 (中間子) 生成 : 直接 (複数) → ストリング
- 高エネルギー (数10AGeV以上)
  - パートンの衝突
  - 粒子 (中間子) 生成 = ストリング + pQCD (hard scattering)

# 陽子・陽子衝突の断面積

- 全断面積  $\sigma_{\text{total}} = \sigma_{\text{elastic}} + \sigma_{\text{inel.}}$ 
  - $3 \text{ GeV} < s^{1/2} < 100 \text{ GeV}$  で、 $\sigma_{\text{total}} \sim 40 \text{ mb}$  ( $\sigma_{\text{inel}} \sim 30 \text{ mb}$ )



$$\sigma_{\text{total}} = 48 + 0.522(\ln p)^2 + (-4.51)\ln p \quad (\text{mb}; p \text{ in GeV}/c)$$

$$\sigma_{\text{elastic}} = 11.9 + 26.9p^{-1.21} + 0.169(\ln p)^2 - 1.85\ln p \quad (\text{mb}; p \text{ in GeV}/c)$$

8.6 mb at  $p = 10 \text{ GeV}/c$ ; 7.0 mb at  $p = 100 \text{ GeV}/c$

# 非弾性散乱の内訳

$\sigma_{in}$

- ~10% : diffractive dissociation 過程
  - small energy loss, low-excitation
- 残り : non-diffractive 過程
  - 大きな energy loss

Non-diffractive 過程

- $\langle N_{ch} \rangle = 0.88 + 0.44 \ln s + 0.118(\ln s)^2$

$p_{beam}$ (GeV/c)	$s^{1/2}$	$\langle N_{ch} \rangle$	$y_{beam} - y_{target}$	$\langle N_{ch} \rangle / Dy$
15	5.47	3.7	3.5	1.06
200	19.4	7.6	6.0	1.27
1000	43.3	10.9	7.7	1.42
21321	200.0	18.8	10.7	1.76

# Leading baryon のエネルギーロス

- beam & target fragmentation 領域

- $p + p \rightarrow p + X$  反応の  $dN/dx$  は、 $p_{\text{Lab}} \geq \sim 100 \text{ GeV}/c$  では、ほぼエネルギーに依らず、広い  $x$  領域で平らな分布

- Feynman scaling ← 核子のparton描像

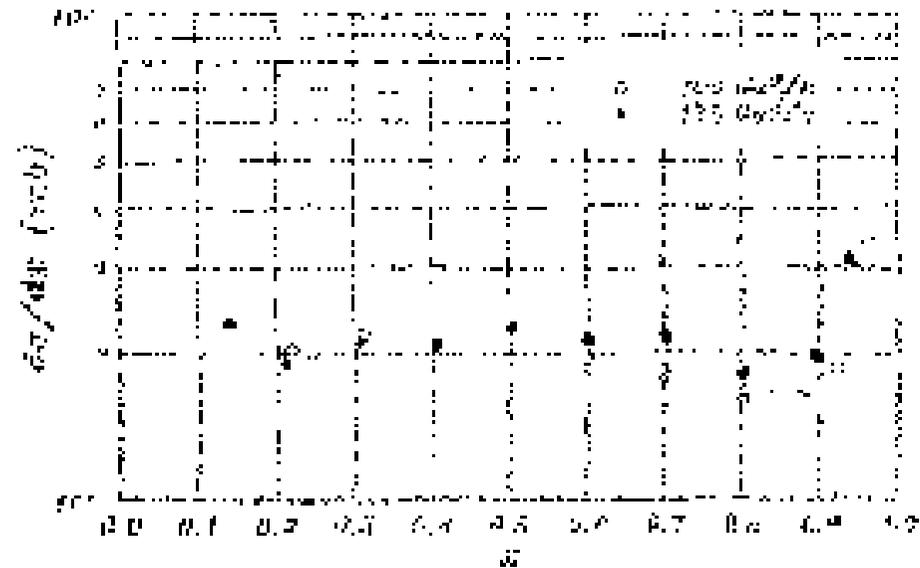
$$\langle x \rangle \sim 1/2$$

$$dN/dy = (dN/dx) (dx/dy)$$

$$= (dN/dx) (m_{\text{CT}}/m_{\text{A}}) e^{y-y_b}$$

$$dN/dy \propto e^{y-y_b}$$

$$\langle y \rangle \sim y_b - 1$$



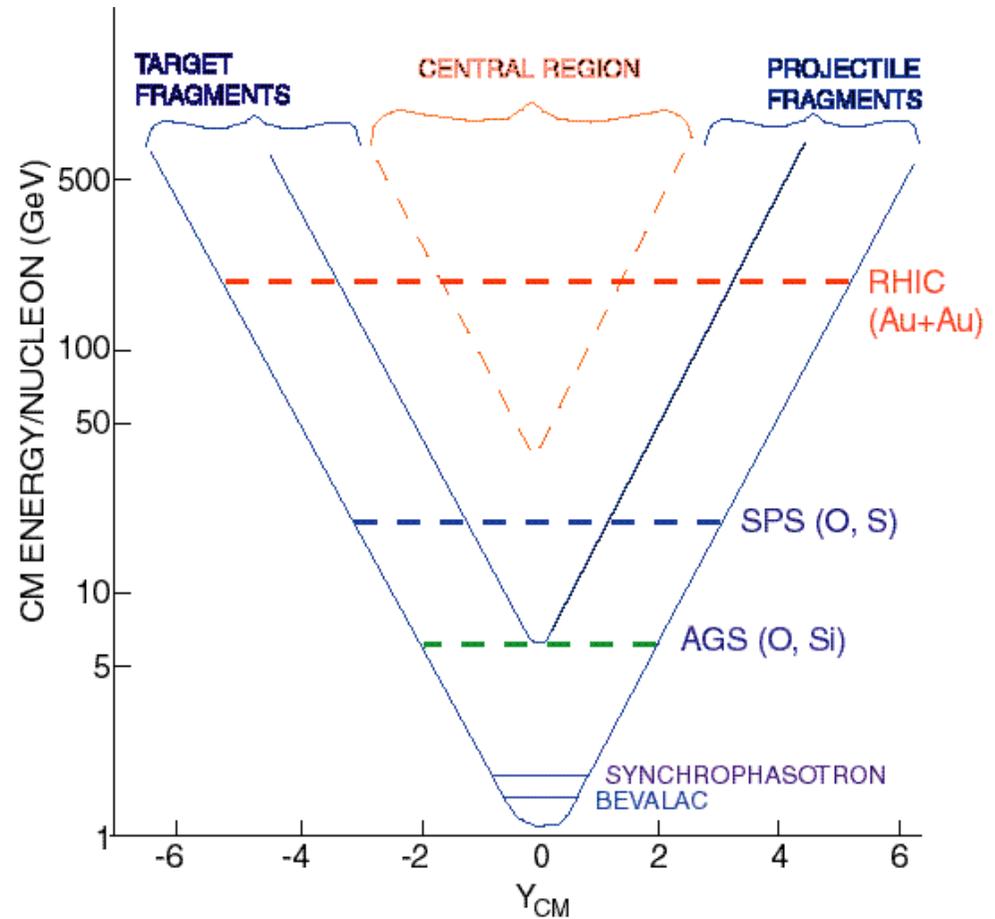
# Participant 領域の運動学的な考察

NN 衝突での rapidity loss :  $\langle \Delta y \rangle \sim 1$

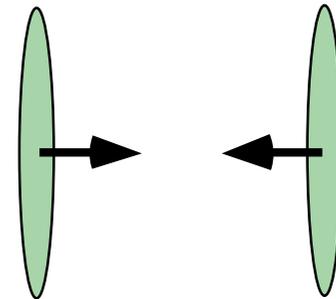
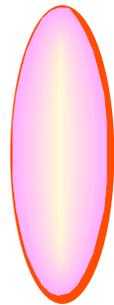
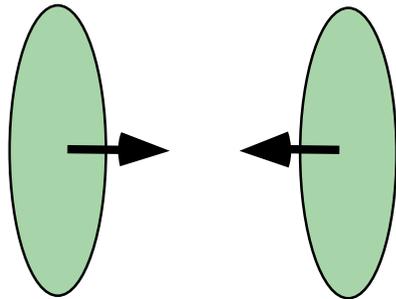
- 原子核衝突では大きいのか？

Scaling 領域

Stopping 領域



# 関与部の性質



## Stopping 領域

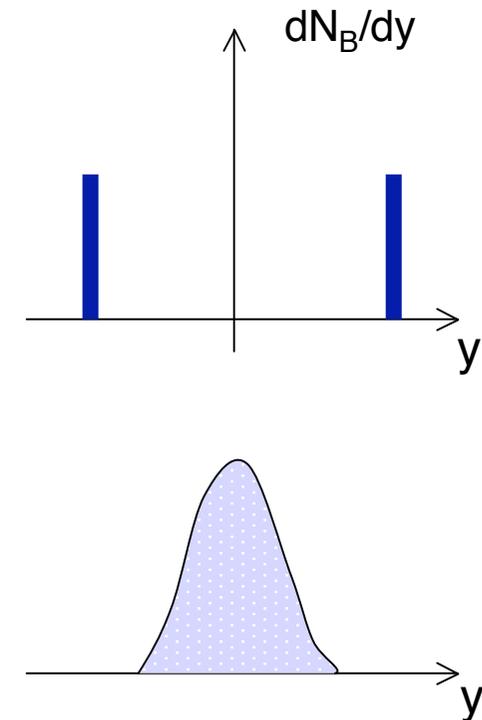
- バリオン密度が高い
- $E_{\text{Lab}} < \text{数}10 \text{ AGeV}$
- 最大は 20-30 AGeV?

## Scaling 領域

- mid-rapidity のバリオン密度小
- $E_{\text{CM}} > 100 \text{ GeV}/n$ ?

# Stopping 領域

- $E_{\text{Lab}} < \text{数十 GeV/核子}$
- 入射原子核中の核子が中心 rapidity 近傍に止まる
- 中心領域に、高バリオン密度状態
- 最適入射エネルギー  
20-30 GeV/核子?



# バリオン密度・エネルギー密度 Stopping 領域

$$\rho_B = 2\rho_{CM} \rho_0$$

$$\rho = 2(\rho_{CM})^2 \rho_0$$

$$\rho = E / V$$

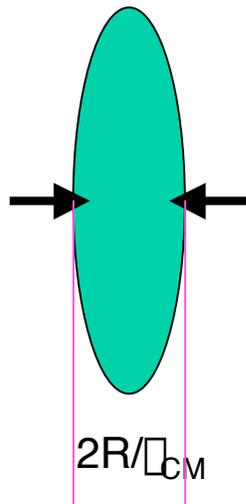
$$= 2 A m_N \rho_{CM} / (V_0 / \rho_{CM})$$

$$= 2 A m_N (\rho_{CM})^2 / 4\pi r_0^3 A / 3$$

$$= 2 (\rho_{CM})^2 m_N \rho_0$$

$$(\rho_0 \sim 3/(4\pi r_0^3) \sim 0.14 \text{ fm}^{-3})$$

$$(\rho_0 = m_N \rho_0 \sim 0.13 \text{ GeV/ fm}^{-3})$$



At BNL-AGS:  $E_{lab} = 14.5 \text{ GeV/c}$

$$\rho_{CM} = 2.87$$

$$\rho_B = 5.7 \rho_0$$

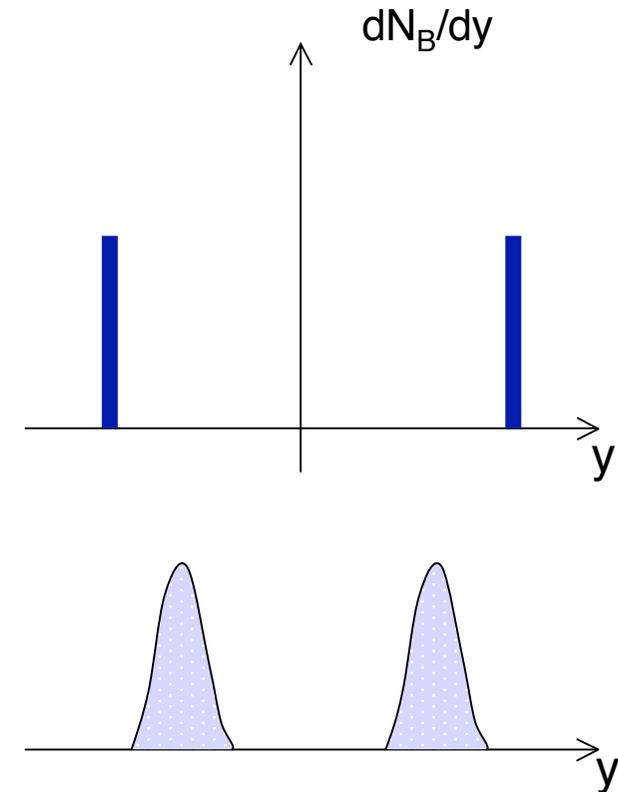
$$\rho = 2.1 \text{ GeV/fm}^3$$

モンテカルロ計算：

動的な効果により密度は1.5~2倍

# Scaling 領域

- 中心 rapidity 付近に、低バリオン密度領域
- メソンが多い
- $\sqrt{s_{NN}} > 100 \text{ A GeV}$
- scaling
  - Bjorken scaling: 現象が、時空によらず固有時間のみで決まる



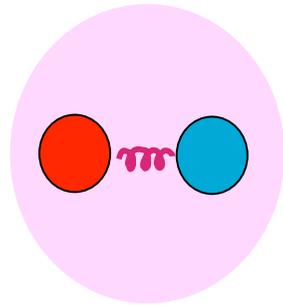
# 核子のパートン描像

- 高いエネルギーでの衝突  
核子は自由粒子（パートン）の集まり

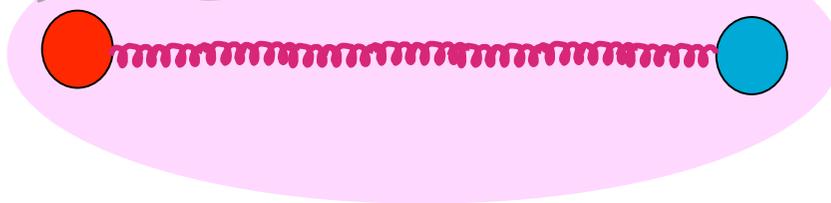
	陽子	パートン
エネルギー	$E$	$xE$
運動量	$p_L$	$xp_L$
	$p_T=0$	$p_T=0$
質量	$M$	$m=xM$

- 運動量の分担
  - 個々のクォーク  $\sim 1/6$
  - 残り  $\rightarrow$  グルーオン

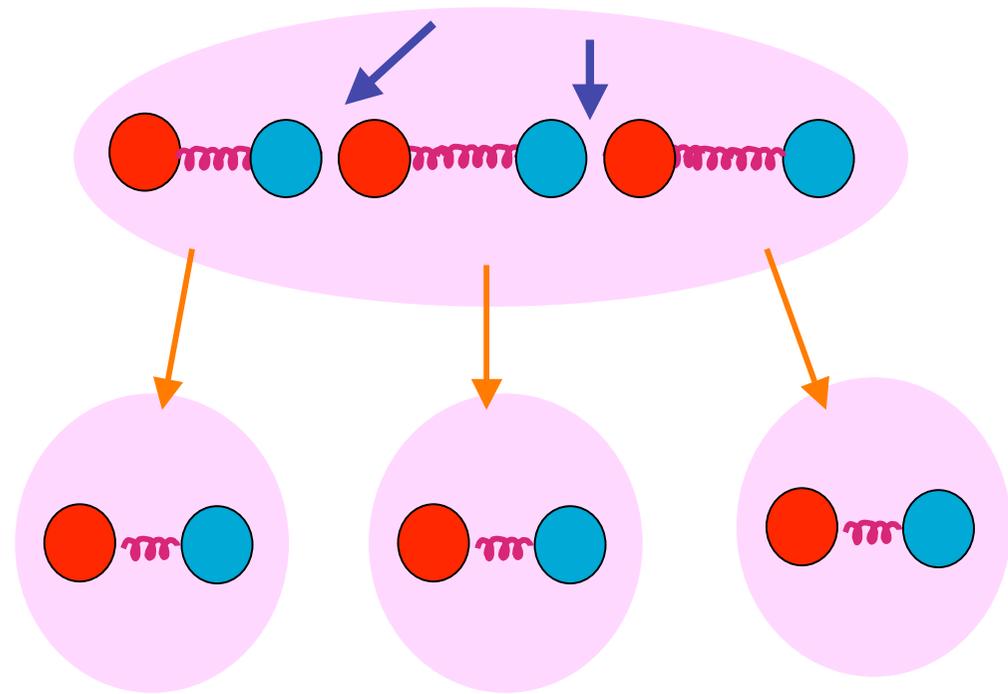
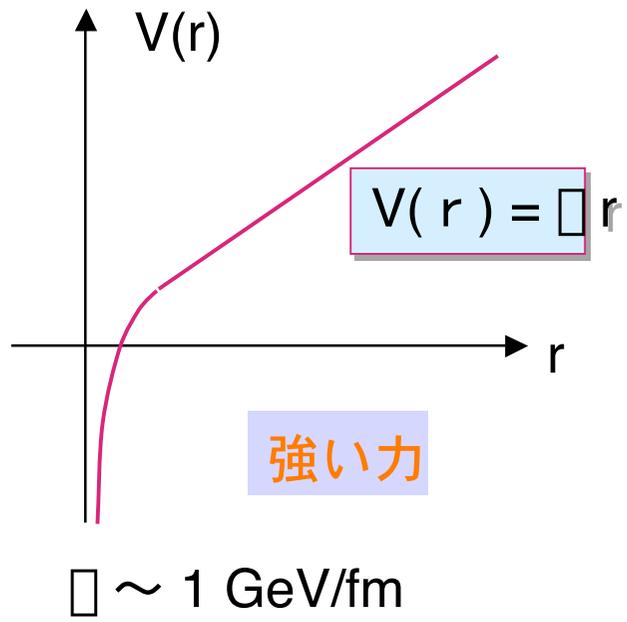
# 粒子生成 —String 描象—



クォーク・反クォークを引き離そうとすると



グルーオンがちぎれてクォーク・反クォークの対生成が起こる



# 粒子生成のモデル

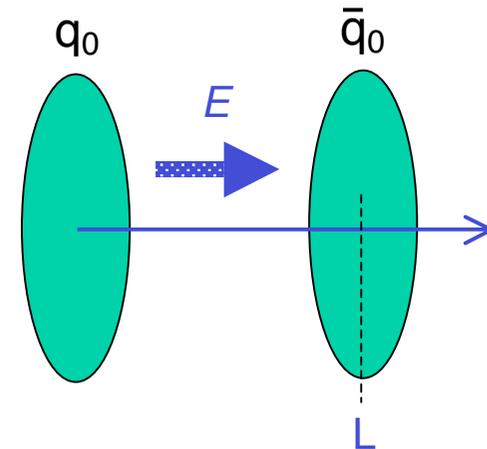
- Schwinger Mechanism

- 強電磁場での電子・陽電子対生成
- J. Schwinger, Phys. Rev. 82 (1951) 664

-

- クォーク  $q_0$  ( $z = 0$ ) と、反クォーク  $\bar{q}_0$  ( $z = L$ )

- スtring 描像 -- string tension  $\square$
- エネルギー =  $\square L$
- 長さ  $L$ 、断面積  $S$  の Color flux tube
  - $E$  : color 電場
  - tube に蓄えられるエネルギー :  $0.5 E^2 S L = \square L$
  - Gauss の定理  $\rightarrow E S = q$   
 $\rightarrow q E = 2\square$



# 対生成

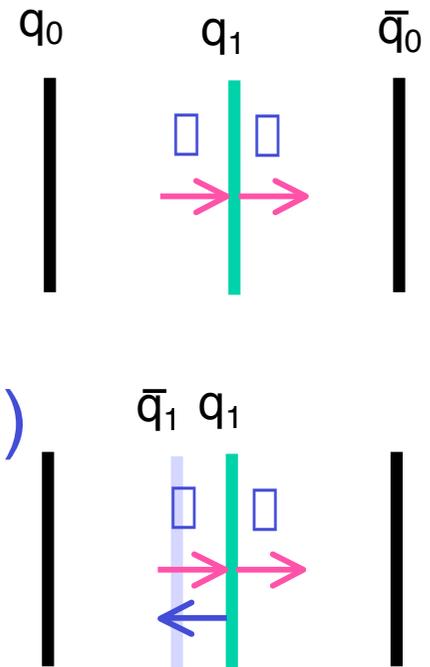
- $q_1$  が  $z$  で単独で生成されるとすると：

$q_1$  の  $z$  での位置エネルギー

$$V(z) = -qEz = 2\Box z \text{ (物理的でない)}$$

- 正しくは  
 $q_1$  と反  $q_1$  が対生成され、  
 カラーチャージを保存し  
 反  $q_1$  は、 $q_0$  から  $q_1$  への力を shield する

$$\rightarrow V(z) = \Box z$$



# 粒子生成確率の計算

ゲージ場 (Abelian)  $A = (A_0, \mathbf{A})$

$$\begin{array}{ll} A_0 = 0 & z < 0 \\ -kz & 0 < z < L \\ -kL & L < z \end{array}$$

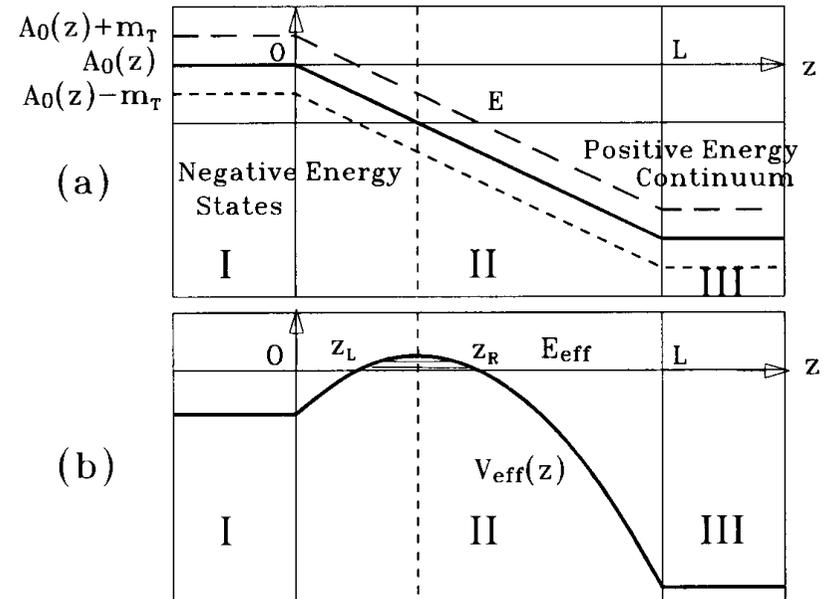
対生成：負のエネルギー状態から  
正のエネルギー連続状態への  
トンネル効果

$[(p \square A)^2 \square m^2] \phi = 0$  Klein-Gordon 方程式

$$\square = \exp[i(p_x x + p_y y \square Et)] f(z)$$

$$\left\{ [E \square A_0(z)]^2 \square p_z^2 \square m_T^2 \right\} f(z) = 0$$

$$\square \frac{p_z^2}{2m_T} + \square \frac{m_T}{2} \square \frac{[E \square A_0(z)]^2}{2m_T} \square f(z) = 0$$



# 粒子生成確率の計算 (続き)

$$\left[ \frac{p_z^2}{2m_T} + V_{eff} \right] f(z) = E_{eff} f(z)$$

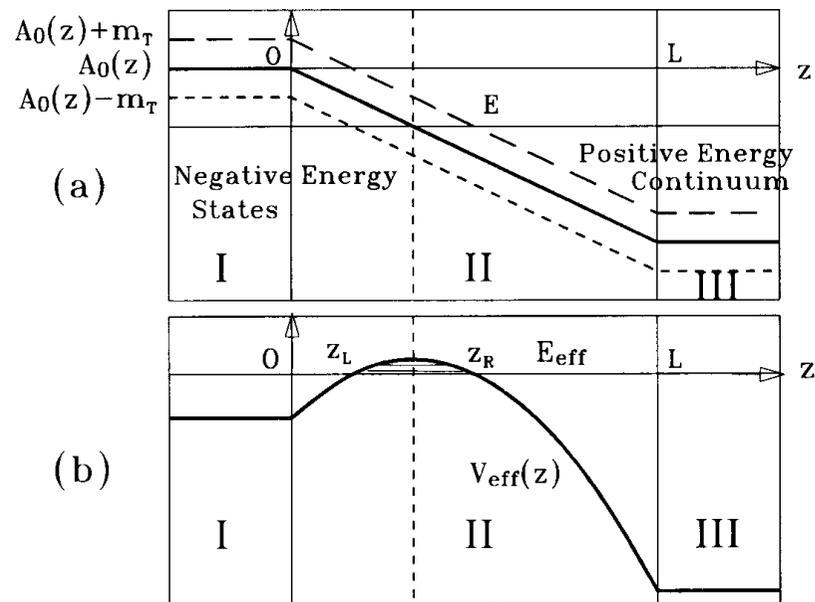
$$E_{eff} = 0, \quad V_{eff} = \frac{m_T}{2} \left[ \frac{[E - A_0(z)]^2}{2m_T} \right]$$

$$z_L = \frac{[E - m_T]}{\hat{e}}, \quad z_R = \frac{[E + m_T]}{\hat{e}}$$

WKB 近似  $P = \exp\{-I\}$

$$I = 2 \int_{z_L}^{z_R} \sqrt{2m_T(V_{eff} - E_{eff})} dz = 2 \int_{z_L}^{z_R} \sqrt{m_T^2 - (E + \hat{e}z)^2} dz = \frac{\partial m_T^2}{\hat{e}}$$

$$P = \exp\left[ - \int_{z_L}^{z_R} \sqrt{m_T^2 - (E + \hat{e}z)^2} dz \right]$$



# 粒子生成レートの導出

$$N = \frac{V}{(2\pi)^3} P$$

$$V = \int dx \int dy \int dz dp_x dp_y dp_z$$

$$dz = dt \frac{p_z}{E}, \quad E dE = p_z dp_z; \quad E \int dz \int dE = \int dz$$

$$\frac{N}{\int dx \int dy \int dz \int t dp_x dp_y} = \frac{1}{(2\pi)^3} \exp\left[-\frac{m_T^2}{2t}\right]$$

$$\frac{N}{\int dx \int dy \int dz \int t} = \frac{1}{(2\pi)^3} \exp\left[-\frac{m^2}{2t}\right]$$

# ストリング (Yo-Yo) 模型

- 質量ゼロのクォーク・反クォークが「紐」によって結合  
距離に比例する位置エネルギー

$$\text{Hamiltonian : } H(x_i, p_i) = |p_q| + |p_{\bar{q}}| + \square |x_q - x_{\bar{q}}|$$

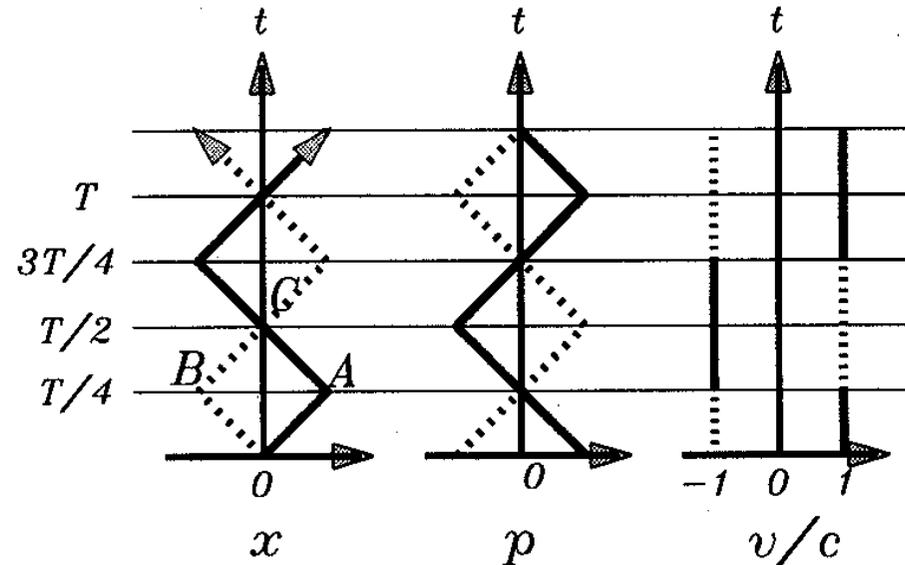
$$v_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} = \text{sign}(p_i) \quad \square \quad x_i(t) = x_i(t_0) + \text{sign}(p_i)(t - t_0)$$

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i} = -\text{sign}(x_i - x_{i'}) \quad \square \quad p_i(t) = p_i(t_0) - \text{sign}(x_i - x_{i'})\square(t - t_0)$$

$$\text{系のエネルギー : } e = 2p_q(0)$$

$$\text{周期 : } T = 4p_q(0)/\square$$

$$e = \square T/2$$



# Yo-Yo 状態の基本領域

(t, x) 座標系:

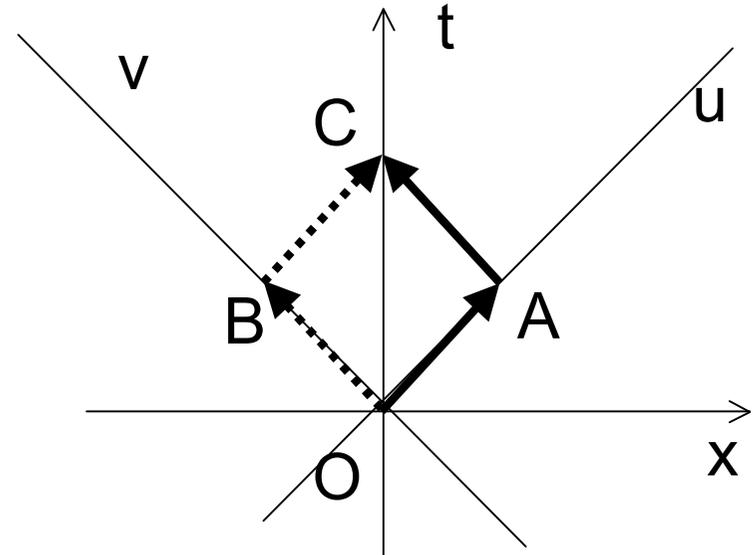
$$O = (0, 0) \quad A = (T/4, T/4)$$

$$B = (T/4, -T/4) \quad C = (T/2, 0)$$

光円錐座標 :  $(u, v) = (t + x, t - x)$

$$O = (0, 0) \quad A = (T/2, 0)$$

$$B = (0, T/2) \quad C = (T/2, T/2)$$



$$S(OABC) = OA \times OB = T^2/4 = 4p_q(0)^2/\square^2 = s/\square^2$$

Yo-Yo 状態の基本領域

# 運動系での Yo-Yo 状態

x 軸方向へ速度  $\beta$  でboost

$$t' = \gamma(t + \beta x) \quad x' = \gamma(x + \beta t)$$

$$O' = (0, 0)$$

$$A' = (\gamma(1 + \beta)T/4, \gamma(1 + \beta)T/4)$$

$$B' = (\gamma(1 - \beta)T/4, -\gamma(1 - \beta)T/4)$$

$$C' = (\gamma T/2, \gamma \beta T/2)$$

Yo-Yo 状態の速度 :  $x/t(C') = \beta$

(u, v)座標系では

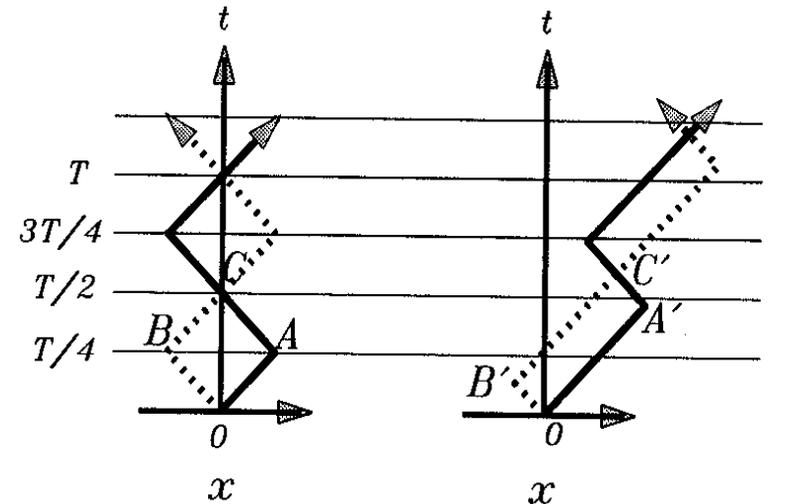
$$O' = (0, 0)$$

$$A' = (\gamma(1 + \beta)T/2, 0)$$

$$B' = (0, \gamma(1 - \beta)T/2)$$

$$C' = (\gamma(1 + \beta)T/2, \gamma(1 - \beta)T/2)$$

$$\text{面積} : S(O'A'B'C') = T^2/4 = s/\beta^2$$

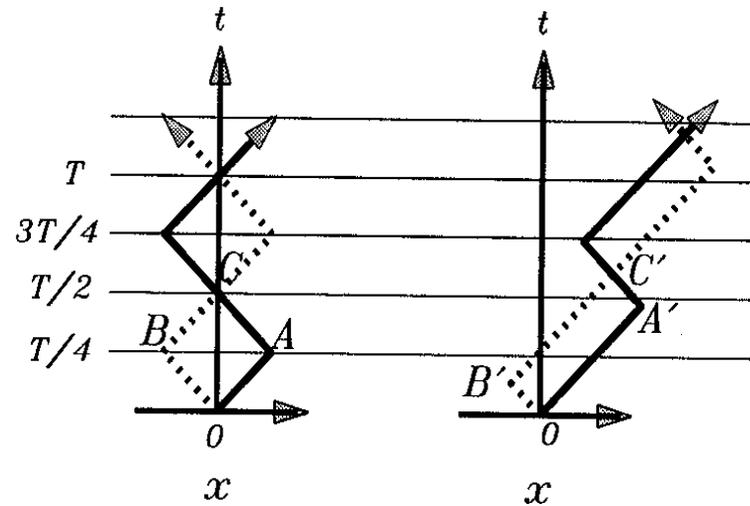


*yo-yo at rest*    *yo-yo in motion*

-- Lorentz 不変量

$$e = \frac{1}{2}T \rightarrow \begin{aligned} p_+ &= p_0 + p_x = \frac{1}{2}(1+\beta)T & == \frac{1}{2}L(O'A') \\ p_- &= p_0 - p_x = \frac{1}{2}(1-\beta)T & == \frac{1}{2}L(O'B') \end{aligned}$$

$$p_+ p_- (= p_0^2 - p_x^2) = \frac{1}{4}T^2 = s \quad (\text{固有運動量})$$



Yo-Yo状態のRapidity :

*yo-yo at rest*    *yo-yo in motion*

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{p_0 + p_x}{p_0 - p_x} = \frac{1}{2} \ln \frac{p_+}{p_-} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta}$$

# 粒子生成の時空描像

## Bjorken's Space-Time Picture

- クォーク・反クォーク対生成 (ストリングの fragmentation) は、ある固有時間  $\tau_0$  に同時に起こる
- 高エネルギーのリミットでは「系」(Rapidity) に依存しない

- 固有時間 (proper time)

$$\tau^2 = t^2 - z^2$$

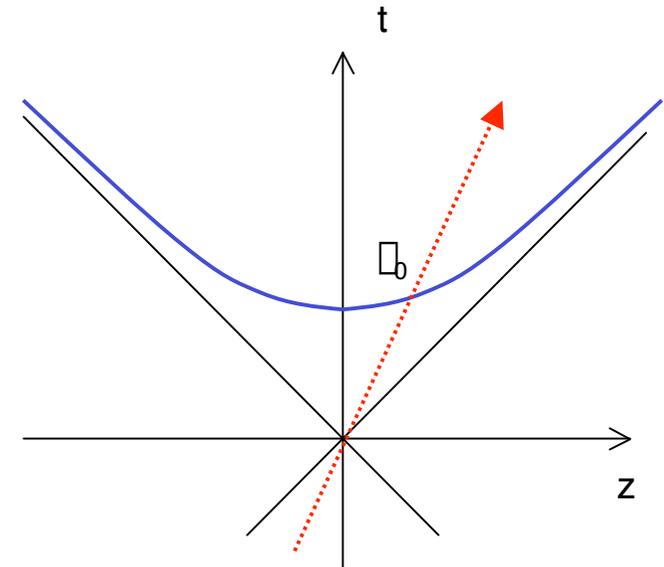
- 位置と時間の関係

$$z = \beta t \quad (\beta = 1 / \tan \theta)$$

→

$$t = \tau / (1 - \beta^2)^{1/2} = \tau \cosh \theta$$

$$z = \beta t = \tau \sinh \theta$$



# 時空と4元運動量

- スtringの fragmentation で作られたメソン（クォーク・反クォーク）は、生成された時の4元運動量をほぼ保持する
  - 横運動量は無視すると、**粒子の時空と4元運動量が一対一対応**

- **大きなRapidityを持つ粒子は遠くで、遅い時間に生成される**

$$\text{時空 rapidity: } y_z = 0.5 \ln [(1 + \beta) / (1 - \beta)] = \ln [\beta(1 + \beta)]$$
$$(t, z) = (\beta \cosh y_z, \beta \sinh y_z)$$

時空

4元運動量

$$t = \beta \cosh y_z \longleftrightarrow E = m_T \cosh y$$

$$z = \beta \sinh y_z \qquad p_z = m_T \sinh y$$

# 粒子のRapidity分布

Light cone 座標 :  $V = (u, v)$  ;  $u = t + z, v = t - z$

隣り合うVertex

$V_{i-1}, V_i$  :  $V_{i-1}$  の反クォーク +  $V_i$  のクォーク (Yo-Yo状態)

→ 粒子 (メソン)

$$\frac{dN}{dy} = \frac{1}{y_{i+1} - y_i} = \frac{1}{\Delta y}$$

$$\Delta y = \frac{dy}{dv} \Delta v = \frac{1}{2} \frac{1}{v} \frac{1}{u} \frac{du}{dv} \Delta v$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{v} + \frac{1}{u} \frac{v_0^2}{v^2} \Delta v = \frac{\Delta v}{v}$$

$$uv = v_0^2; \quad \Delta u \Delta v = \frac{du}{dv} (\Delta v)^2 = \Delta \frac{m_T^2}{v^2}$$

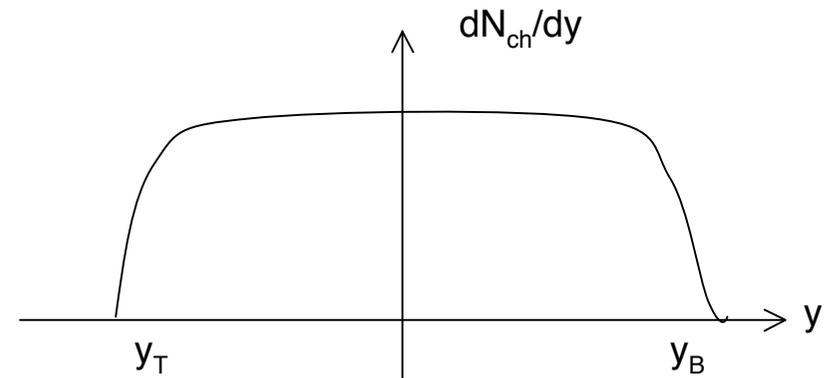
$$\Delta v = \frac{m_T}{v} \frac{du}{dv} \Delta v^{\frac{1}{2}} = \frac{m_T v}{v v_0}$$

$$\frac{dN}{dy} = \frac{v v_0}{m_T}$$

# ストリングの fragmentation 時間

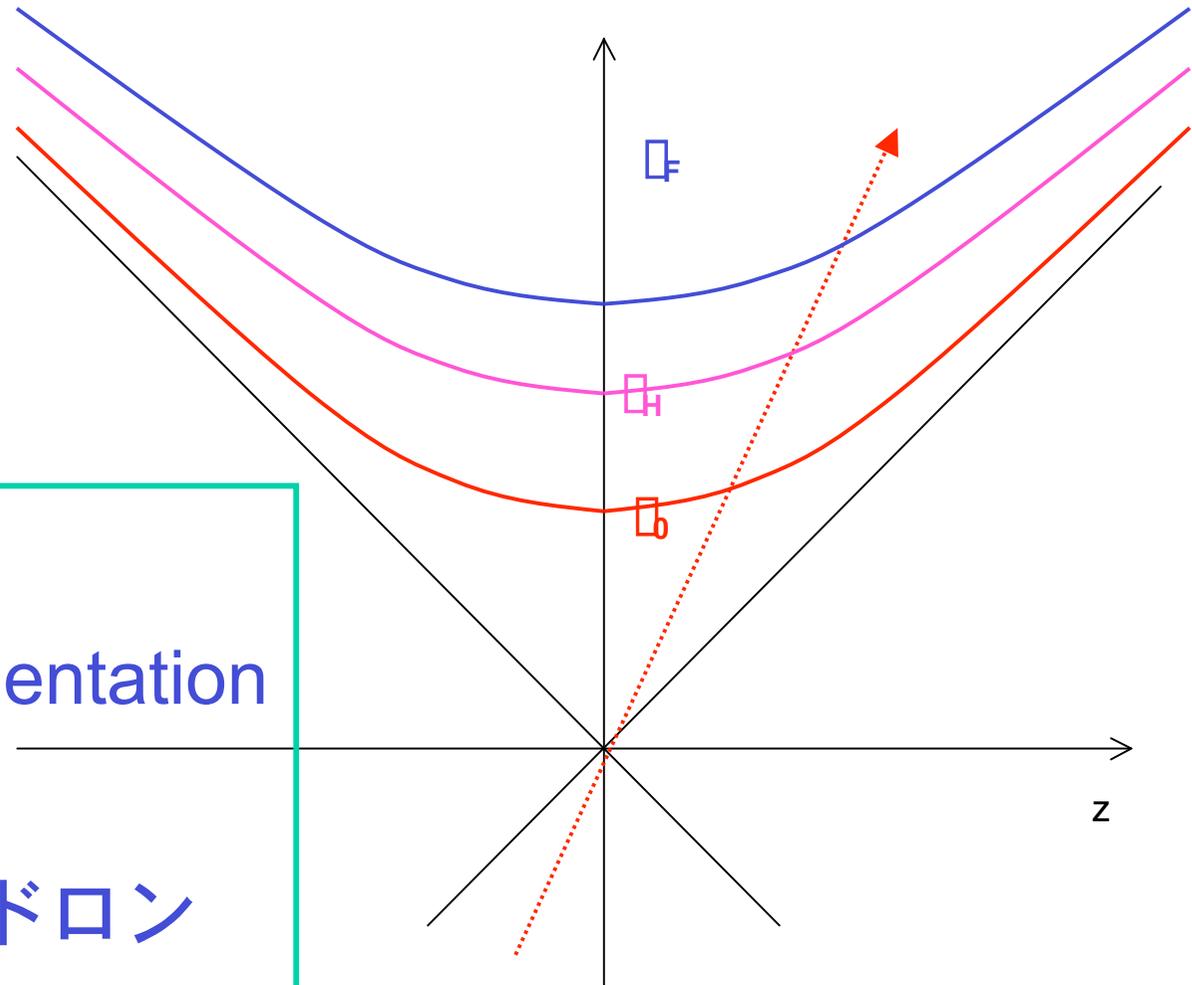
$$dN/dy = \rho_b / m_T$$

- $dN/dy$  分布はフラット
  - 高エネルギーでは真実に近い
- $dN/dy$  分布から、fragmentation 時間が推定できる
  - $\langle m_T \rangle \sim 0.4 \text{ GeV}$ ,  $\rho \sim 1 \text{ GeV/fm}$



$p_{\text{Lab}}$ (GeV/c)	1000	21321
$\langle N_{ch} \rangle$	10.9	18.8
$\langle N \rangle$	16.4	28.2
$\Delta y$	7.7	10.7
$\Delta N / \Delta y$	2.1	2.6
$\rho_b$ (fm)	0.84	1.04

# 系の時空発展<sub>t</sub>



## 固有時間

- $t_b$  : string fragmentation  
→ QGP
- $t_H$  : QGP → ハドロン
- $t_F$  : ハドロン freeze-out

# 初期エネルギー密度

Bjorken's formula

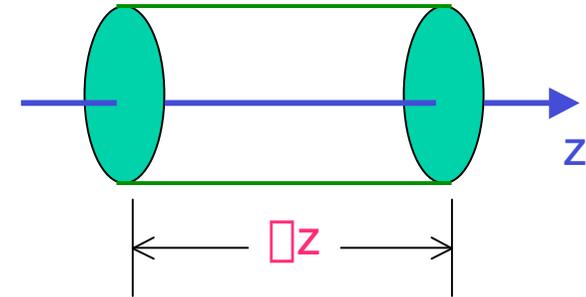
$$\rho = \rho E / \rho V$$

固有時間 :  $\rho_b =$  string fragmentation

$$z = \rho_b \sinh y \rightarrow \rho z = \rho_b \cosh y \rho y$$

$$\rho V = S \rho z = \rho r_0^2 A^{2/3} \rho_b \cosh y \rho y$$

$$\rho E = \rho N m_T \cosh y$$



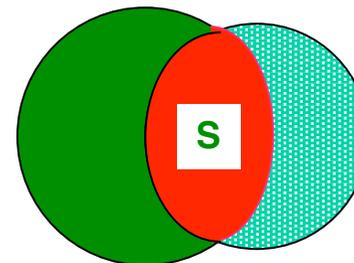
$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m_T}{\rho r_0^2 A^{2/3} \rho_b} \frac{dN}{dy} \\ &= \frac{1}{\rho r_0^2 A^{2/3} \rho_b} \frac{dE_T}{dy} \end{aligned}$$

$$\rho_b \sim 1 \text{ fm}$$

中心衝突で無い場合 :

$$\rho r_0^2 A^{2/3} \rightarrow S$$

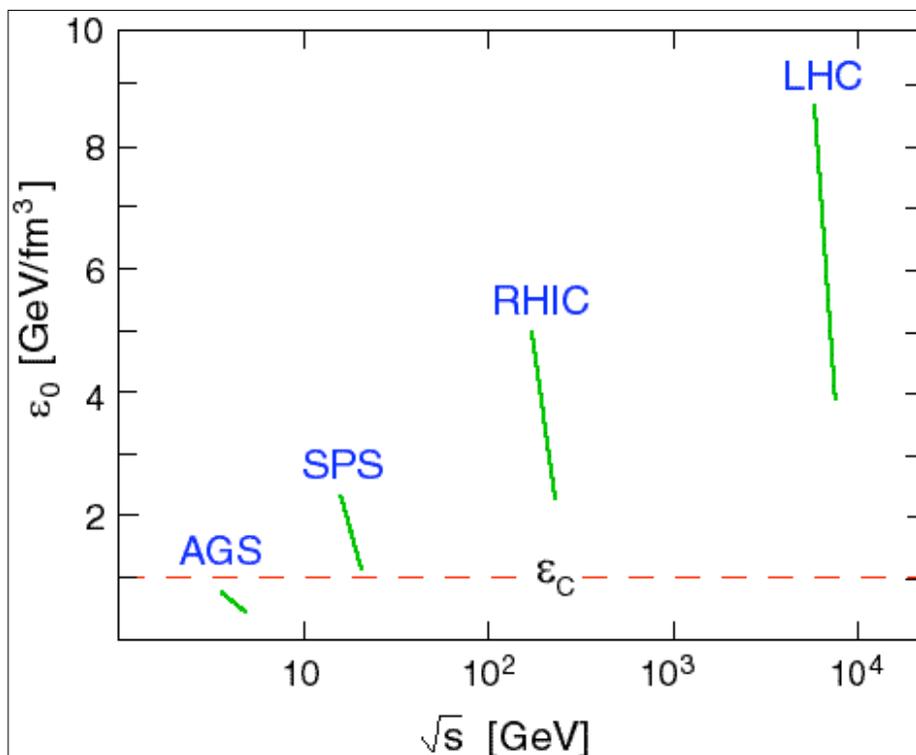
S = オーバーラップ領域



# 初期エネルギー密度の計算

$$\epsilon_0 = 0.11 A^{f\epsilon^{2/3}} \ln \left( \frac{\sqrt{s}}{2m_p} \right) \text{ (GeV/fm}^3\text{)}$$

$$\epsilon = 1.1$$



$$\epsilon_0 = \frac{E_A}{V_0} = \frac{m_T}{V_0} \left( \frac{dN}{dy} \right)_{AA}$$

$$V \sim \epsilon R^3 \epsilon_0 \sim 4.2 A^3 \quad (\epsilon_0 = 1 \text{ fm/c})$$

$$\left( \frac{dN}{dy} \right)_{AA} \sim A^\epsilon 0.9 \ln \left( \frac{\sqrt{s}}{2m_p} \right)$$

$$m_T \sim 0.5 \text{ GeV}$$

AGS SPS エネルギー領域  
では正しくない

# Scaling 領域での流体力学

## 一次元の膨張

– 熱力学的諸量は固有時間  $\tau$  のみの関数

← Scaling regime

–  $P = P(\tau)$ ,  $T = T(\tau)$ ,  $e = e(\tau)$

– 理想流体：粘性無し

$$x^\alpha = (t, 0, 0, z)$$

$$\text{unit vector : } u^\alpha = \frac{x^\alpha}{\tau} = \begin{pmatrix} t \\ \tau \end{pmatrix}, 0, 0, \frac{z}{\tau}$$

$$u^\alpha u_\alpha = 1$$

エネルギー・運動量テンソル： $T^{\alpha\beta} = (\tau + P)u^\alpha u^\beta - P g^{\alpha\beta}$

# 一次元流体の連続方程式

• 連続方程式 :

$$\frac{\partial T^{\square\square}}{\partial x^{\square}} = 0 \quad \square \quad u_{\square} \frac{\partial T^{\square\square}}{\partial x^{\square}} = 0$$

$$u_{\nu} \frac{\partial T^{\square\square}}{\partial x^{\square}} = u_{\nu} \frac{\partial(\square + P)}{\partial x^{\square}} u^{\square} u^{\square} \square g^{\square\square} \frac{\partial P}{\partial x^{\square}} \square + u_{\nu} (\square + P) \frac{\partial u^{\square}}{\partial x^{\square}} u^{\square} + u_{\nu} (\square + P) u^{\square} \frac{\partial u^{\square}}{\partial x^{\square}}$$

$$= A + B + C$$

$$A = u_{\nu} \frac{\partial(\square + P)}{\partial \square} \frac{\partial \square}{\partial x^{\square}} u^{\square} u^{\square} \square g^{\square\square} \frac{\partial P}{\partial \square} \frac{\partial \square}{\partial x^{\square}} \square = u_{\nu} u^{\square} u^{\square} u^{\square} \frac{\partial(\square + P)}{\partial \square} \square g^{\square\square} u_{\nu} u^{\square} \frac{\partial P}{\partial \square} = \frac{\partial \square}{\partial \square}$$

$$B = (\square + P) u_{\nu} u^{\square} \frac{1}{\square} = \frac{\square + P}{\square}$$

$$C = (\square + P) u_{\nu} u^{\square} \frac{\partial \square}{\partial \square} \frac{1}{\square} \frac{x^{\square}}{\square^2} \frac{\partial \square}{\partial x^{\square}} \square = (\square + P) u_{\nu} u^{\square} \frac{\partial \square}{\partial \square} \frac{1}{\square} \frac{x^{\square}}{\square^2} g^{\square\square} \frac{x^{\square}}{\square} \square$$

$$= \frac{\square + P}{\square} [1 \square 1] = 0$$

$$u_{\nu} \frac{\partial T^{\square\square}}{\partial x^{\square}} = \frac{\partial \square}{\partial \square} + \frac{\square + P}{\square} = 0$$

$$x_{\square} x^{\square} = g_{\square\square} x^{\square} x^{\square} = t^2 \square z^2 = \square^2$$

$$\frac{\partial \square}{\partial x^{\square}} = g_{\square\square} \frac{x^{\square}}{\square} = u^{\square} \quad \frac{\partial \square}{\partial x^{\square}} u^{\square} = u_{\square} u^{\square} = 1$$

$$\frac{\partial u^{\square}}{\partial x^{\square}} = \frac{\partial}{\partial x^{\square}} \frac{\square x^{\square}}{\square} \square = \frac{\square}{\square} \square \frac{x^{\square}}{\square^2} \frac{\partial \square}{\partial x^{\square}} = \frac{2}{\square} \square \frac{x^{\square}}{\square^2} g_{\square\square} \frac{x^{\square}}{\square} = \frac{1}{\square}$$

( $\square_{\square} = 2$  : two dimensional space)

# 一次元流体の解

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{(\rho + P)}{\rho} = 0$$

$$P = \frac{\rho}{3} \text{ (ideal gas)}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{4\rho}{3\rho} = 0$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{4/3}{1} \quad \frac{T}{T_0} = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{1/3}{1} \quad \frac{s}{s_0} = \frac{\rho_0}{\rho}$$

# 初期温度と持続時間の計算

初期エネルギー密度:  $\epsilon_0 = 0.11 A^{2/3} \ln \left( \frac{\sqrt{s}}{2m_p} \right) (\text{GeV}/\text{fm}^3)$

- CERN-SPS:  $E_{\text{lab}} = 160 \text{ AGeV}$ ,  $A = 207$

$$\sqrt{s} = 17.4 \text{ GeV}$$

- $\epsilon_b = 2.5 (\text{GeV}/\text{fm}^3)$
- $T_0 = 158 \epsilon^{1/4} = 198 (\text{MeV})$
- $T_c = 148 \text{ MeV}$ ,  $T/T_0 = (\epsilon_b / \epsilon)^{1/3}$
- $\epsilon_c / \epsilon_b = (T_0/T_c)^3 = 2.4$

- BNL-RHIC:  $A = 197$

$$\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$$

- $\epsilon_b = 5.1 (\text{GeV}/\text{fm}^3)$
- $T_0 = 158 \epsilon^{1/4} = 237 (\text{MeV})$
- $\epsilon_c / \epsilon_b = (T_0/T_c)^3 = 4.1$

\* if no phase transition

$$T_0 = 296 \epsilon^{1/4} = 444 (\text{MeV})$$

# 一次元系の時空発展

仮定：  $s/s_0 = \lambda/\lambda_0$  (系の全エントロピー保存)

1) QGP 形成：  $\lambda \sim \lambda_b$  ( $\sim 1$  fm)

2) QGP 相：  $\lambda_b \sim \lambda \sim \lambda_c$

$$\lambda_c = \lambda_b s_0 / s_Q(T_C); \quad T/T_0 = (\lambda_b/\lambda)^{1/3}$$

3) 混合相: (温度  $T_C$  のまま)  $\lambda_c \sim \lambda \sim \lambda_H$

$$\lambda_H = (s_Q/s_H) \lambda_c \sim 12 \lambda_c$$

$$s(\lambda) = s_Q(T_C) f(\lambda) + s_H(T_C) (1-f(\lambda))$$

$$f(\lambda) = (r\lambda_c/\lambda - 1)/(r - 1)$$

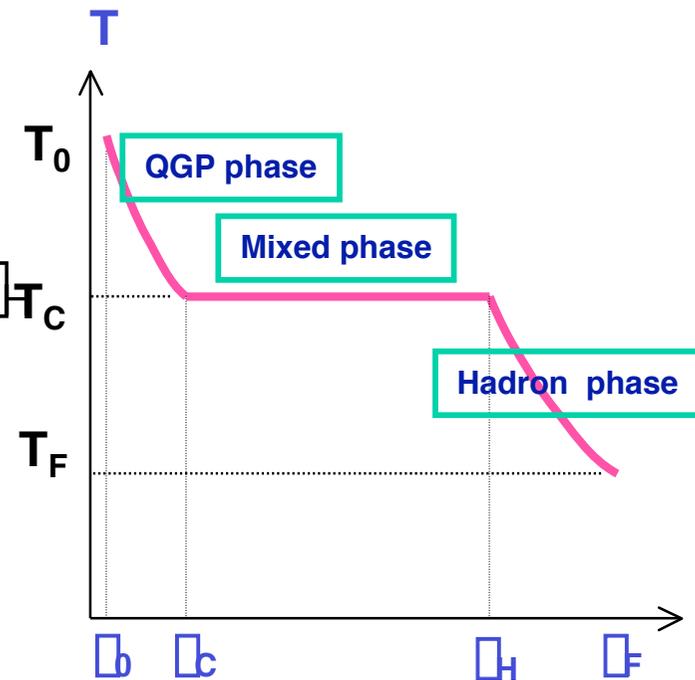
$r = 37/3$  : 自由度の比

4) ハドロン相：  $\lambda_H \sim \lambda \sim \lambda_F$

$$n_H = (T_F/275.6)^3 = 0.1 \quad \rightarrow \quad T_F = 128 \text{ MeV}$$

$$\lambda_F = (T_C/T_F)^3 \lambda_H = (148/128)^3 \lambda_H = 1.5 \lambda_H$$

$$T/T_C = (\lambda_H/\lambda)^{1/3}$$



# ストリング描像の欠陥

- 「小さい  $m_T$  を持つ粒子の多重生成」を良く記述する
- 大きな  $m_T$  領域のスペクトルのエネルギー依存性を説明しない
- $dn_{ch}/d\eta$  の衝突エネルギー依存性を説明しない

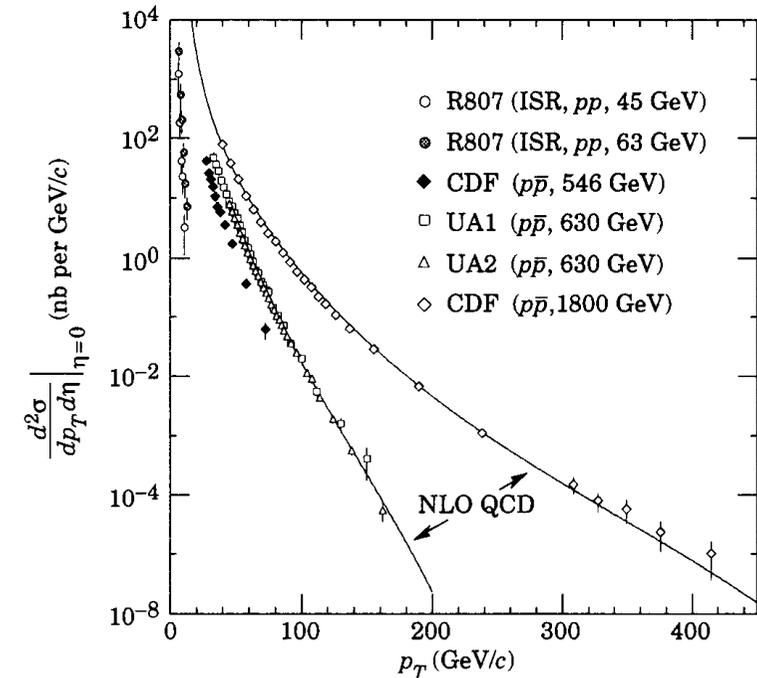
–  $dn_{ch}/d\eta = \text{一定}$

– 実験データ :  $\langle N_{ch} \rangle = 0.88 + 0.44 \ln s + 0.118(\ln s)^2$

$\eta \sim \ln s$

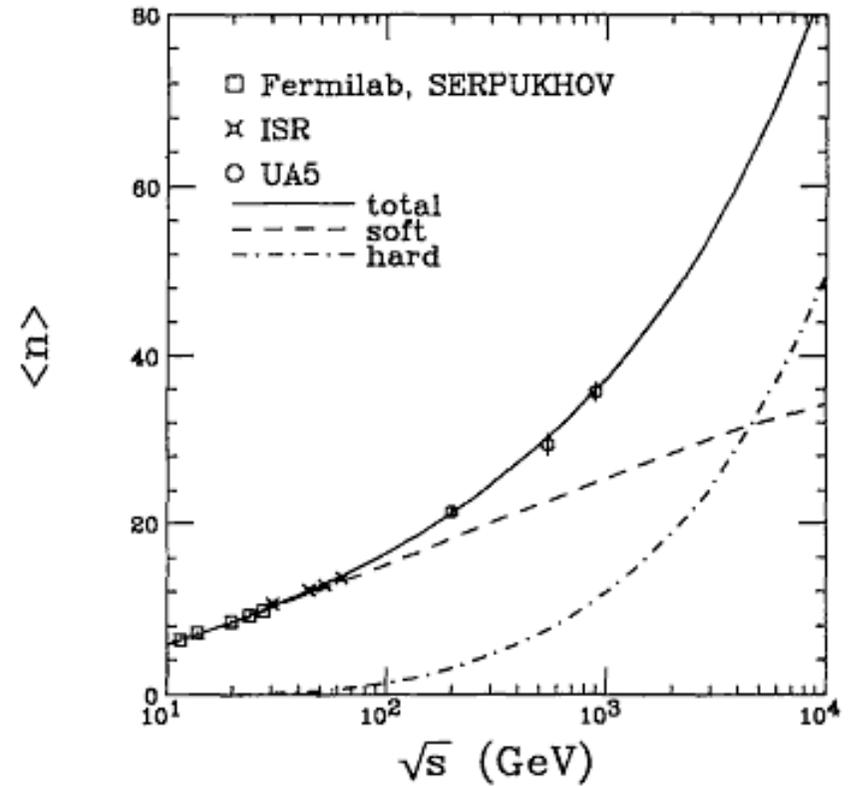
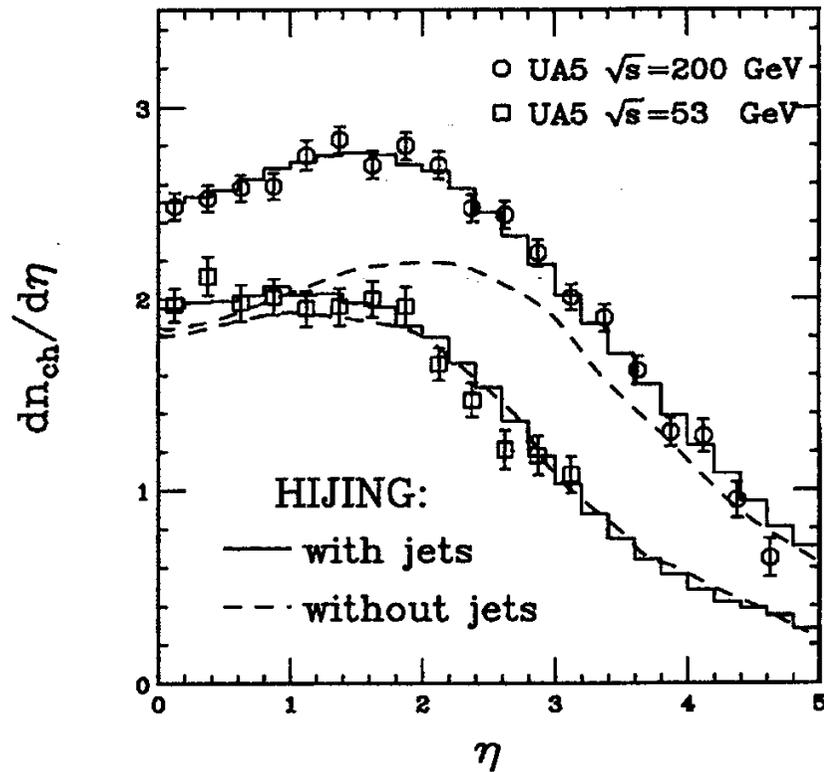
→  $dn_{ch}/d\eta$  は  $\ln s$  で増加

Jet Production in  $pp$  and  $p\bar{p}$  Interactions



# Hard Process

- $\sqrt{s} \geq 100$  GeV では、hard process の寄与が顕著

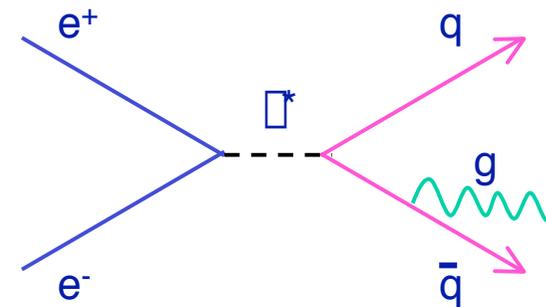
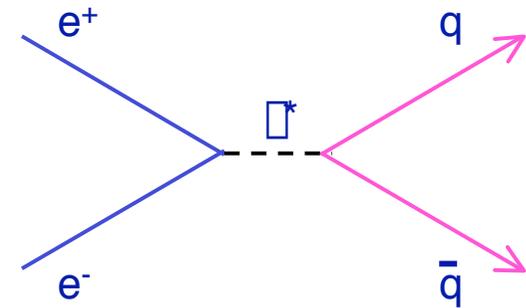


# Jet

- Energetic partons produced via **hard process**
  - same plane, opposite direction
  - fragmentation in the final stage
- $e^+e^-$  collisions:
  - annihilation  $\Rightarrow$   $q\bar{q}$  pair production
    - $\theta$  = velocity of final state fermion
    - $Q_f$  = charge of fermion

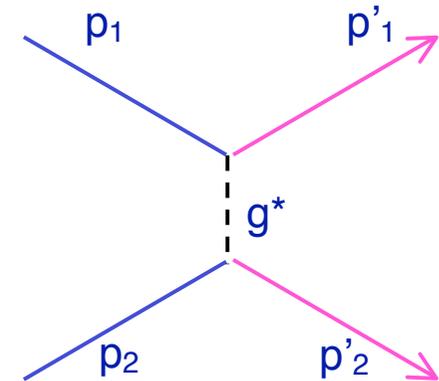
$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \frac{\theta^2}{4s} \left[ 1 + \cos^2 \theta + (1 - \theta^2) \sin^2 \theta \right] Q_f^2$$

$$\sigma = \frac{4\pi\theta^2}{3s} Q_f^2 = 88.6 \frac{Q_f^2}{s(\text{GeV}^2)} \text{nb}$$



# Jet in Hadron Collisions

- Partons
- perturbative QCD



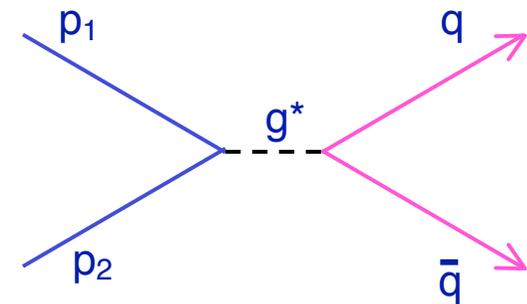
$$\frac{d^3\sigma}{d^2p_T dy} = \sum_{ij} f_1(x_1, p_T^2) f_2(x_2, p_T^2) \sum_{\text{partons}} \frac{d\sigma_{ij}}{dt} dx_1 dx_2 (s + t + u)$$

$$s = (p_1 + p_2)^2, t = (p_1 - p_{jet})^2, u = (p_2 - p_{jet})^2$$

$$s, t, u \approx p_1 \cdot x_1 p_1, p_2 \cdot x_2 p_2$$

$gg \rightarrow q\bar{q}$ ;

$$s \frac{d\sigma}{dt} = 3 \sum_s \frac{t^2 + u^2}{8s} \frac{4}{9} \frac{1}{tu} \frac{1}{s^2}$$

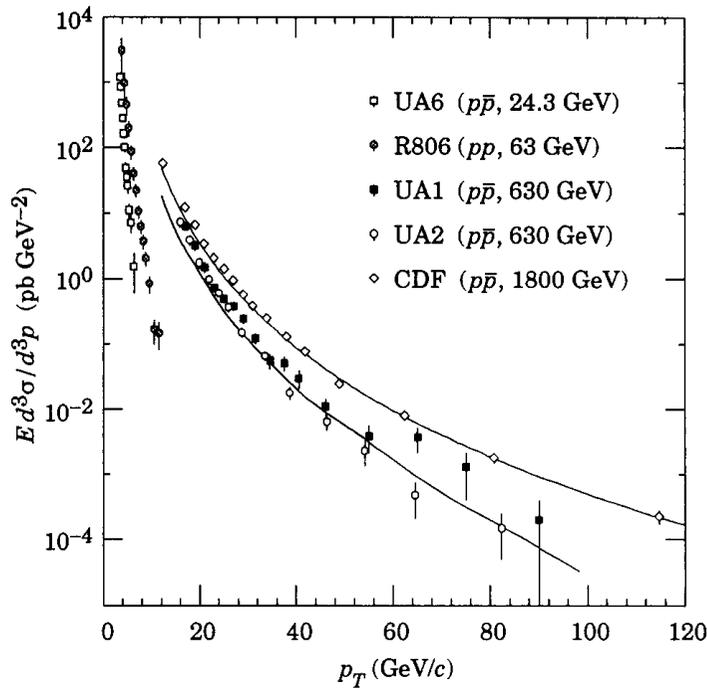


good agreement with QCD calculation

- parton (quarks & gluons)  
= elementary particles

$$p_T = 400 \text{ GeV} \rightarrow r \sim 0.5 \times 10^{-3} \text{ fm}$$

### Direct $\gamma$ Production in $p\bar{p}$ Interactions



### Jet Production in $pp$ and $p\bar{p}$ Interactions

