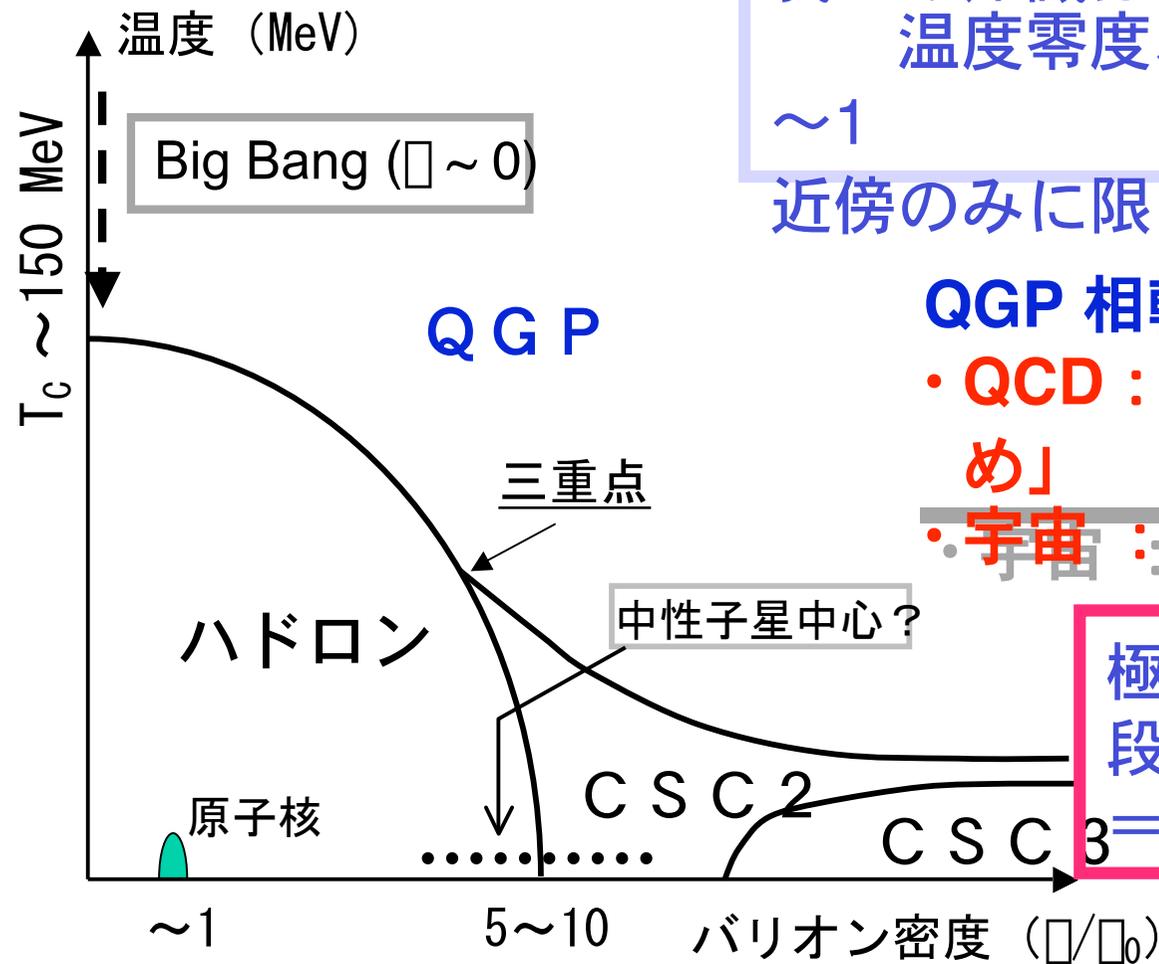


ハドロン多体系 と QCD相転移

ハドロン物質（多体系）



我々の知識は
温度零度、バリオン密度 ρ/ρ_0
 ~ 1

近傍のみに限られている

QGP 相転移

- ・ QCD : クォークの「閉じ込め」
- ・ 宇宙 : 原始宇宙

極端条件を実現する手段

= 高エネルギー
重イオン衝突

ハドロン多体系と宇宙

宇宙との深い関係

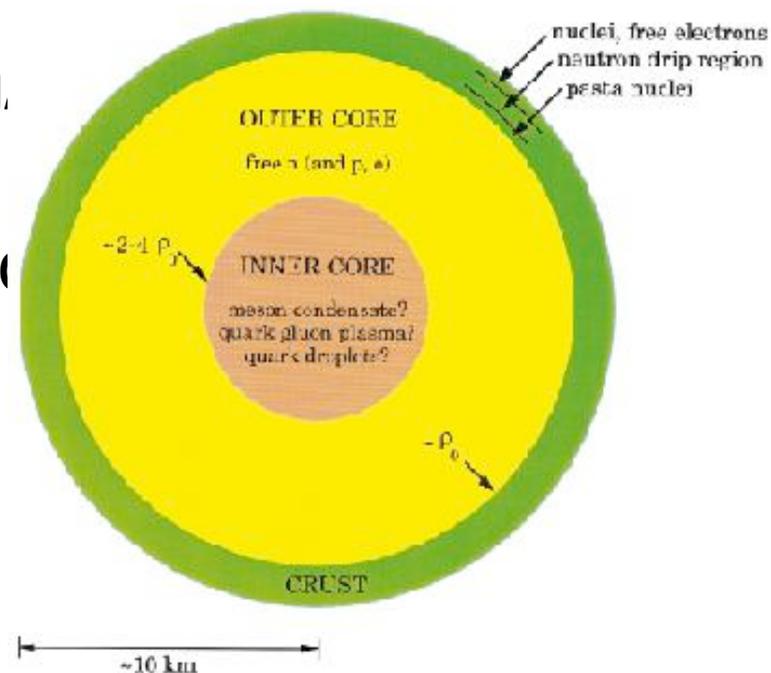
- 原子核：元素合成、星の進化
- 中性子星：星の進化、バリオン高密度状態
- QGP：原始宇宙の成り立ち
- QGPの残滓？
 - Nuclear Synthesis への影響
 - Mini blackhole ← ガンマ線バースト

初期宇宙における元素合成

- Homogeneous Big Bang Nucleosynthesis (standard BBN)
 - H, He, & Li
- Inhomogeneous BBN
 - QGP 相転移に伴う大きな揺らぎ
 - 中性子/陽子比が場所によって変化
 - 不安定原子核を通じて、重い元素を合成

中性子星

- 半径：10km、重さ：太陽の1.5倍
- 原子核密度の4～5倍
- 成り立ち
 - 外殻 (1km ; $\rho < 10^{14}$ g/cc)
 - 鉄固体+電子→中性子過剰核
 - 核結晶格子+電子 ($\rho \sim 10^{11}$ g/cc)
 - パスタ原子核
 - 外核 (10^{14} g/cc $< \rho < 10^{15}$ g/cc)
 - 中性子ガス (超流動体)
 - 内核 ($\rho > 10^{15}$ g/cc)
 - π 、K凝縮
 - クォークドロップ
 - QGP



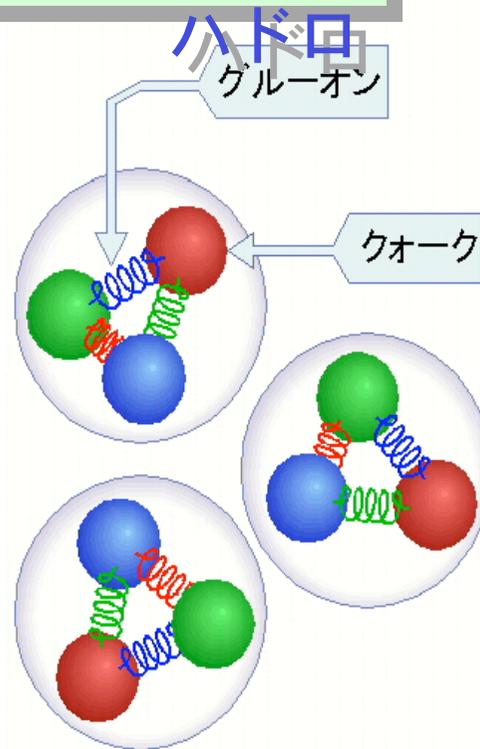
原始宇宙最後の相転移

• Big Bang から 10^{-5} (10マイクロ) 秒頃

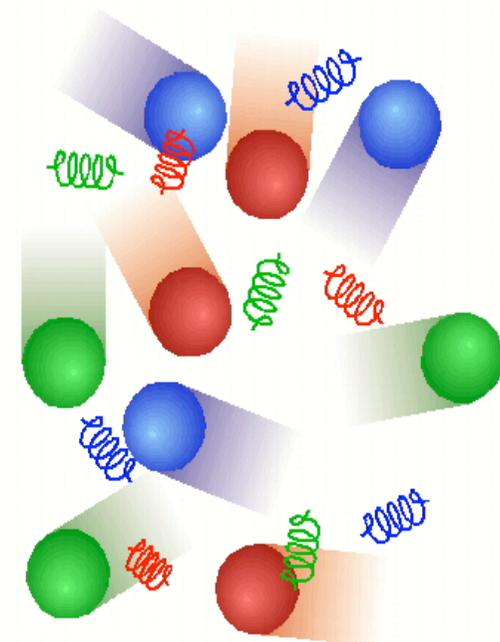
原始宇宙 \rightarrow 現在の宇宙

クォーク、グルーオン

ハドロ
グルーオン



クォーク・グルーオン・プラズマ



Primordial Black Hole

QGP→ハドロン相への相転移

$10^{-4} \sim 10^{-6}$ 秒: 1次の相転移 → 大きな揺らぎ

- Primordial black hole

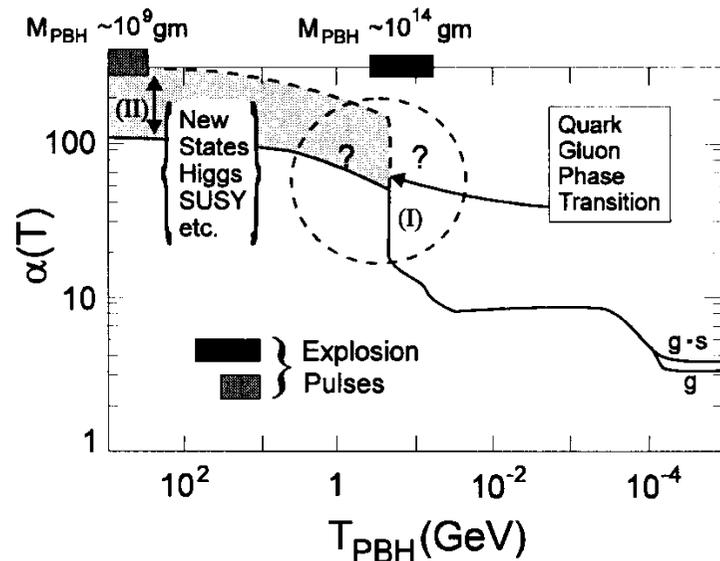
- $10^{15} \text{ gm} < M < M_{\odot}$
 - 長寿命 → dark matter の候補
- $10^9 \text{ gm} < M < 10^{14} \text{ gm}$
 - Rapid burst $\sim 100 \text{ ms}$
 - Gamma Ray Burst (GMR)?

$$r_s = \frac{3c^2}{8\pi GR^2} : \text{Schwarzschild criteria}$$

$$R_H \approx \frac{3 \times 10^8}{T_{QH}^2 (\text{MeV})} \text{ m (horizon size)}$$

$$\sim 1.3 \times 10^4 \text{ m} = 2 \times 10^{-2} R_{\odot}$$

$$M_{\text{MAX}} \approx \frac{c^2}{2} \frac{R_H}{G} = 9 \times 10^{30} \text{ kg} = 4.5 M_{\odot}$$



$$\frac{dM}{dt} \sim \frac{\square(M)}{M^2}$$

理想気体の熱力学

- 化学ポテンシャル μ 、温度 T 、体積 V
- 縮退度 : degree of degeneracy

クォーク

$$g_q = 3(\text{color}) \times 2(\text{spin}) \times (2 - 3) (\text{flavor}) = 12 \sim 18$$

* flavor : u d (s)

グルオン

$$g_g = 8(\text{color}) \times 2(\text{spin}) = 16$$

*グルオンのスピン = 1 \rightarrow 自由度 = 3 ?

クォーク・グルオンガスの熱力学 (1)

(A) クォーク (質量ゼロ)

$$dN_q = g_q \frac{4\pi^2 dpV}{(2\pi)^3} \frac{1}{1 + e^{\frac{p_0 - \mu}{T}}}; \quad dN_{\bar{q}} = g_q \frac{4\pi^2 dpV}{(2\pi)^3} \frac{1}{1 + e^{\frac{p_0 + \mu}{T}}}$$

$$n_{qs} = n_q + n_{\bar{q}} = g_q \left[\frac{7\pi^2}{120} T^4 + \frac{1}{4} \mu^2 T^2 + \frac{1}{8\pi^2} \mu^4 \right] + B$$

$$n_B = \frac{n_q - n_{\bar{q}}}{3} = \frac{1}{18} g_q \left[\mu T^2 + \frac{1}{\pi^2} \mu^3 \right]$$

B: Bag pressure from MIT Bag model

$$n_q = n_{\bar{q}} = \frac{3}{4\pi^2} 1.202 g_q T^3 \quad (\mu = 0)$$

クォーク・グルオンガスの 熱力学 (2)

(B) グルーオン

$$dN_g = g_g \frac{4\pi^2 dpV}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\frac{p_0}{T}} - 1}$$



$$\pi_g = \frac{\pi^2}{30} g_g T^4$$

$$n_g = \frac{1}{\pi^2} 1.202 g_g T^3$$

クォーク・グルオンガスの熱力学(3)

$$\begin{aligned}
 \Omega_Q &= \Omega_{qs} + \Omega_g \\
 &= (7g_g + 4g_q) \frac{\pi^2}{120} T^4 + g_q \frac{\pi^4}{4} T^2 + \frac{1}{8\pi^2} \pi^4 \frac{\pi^2}{3} + B \\
 &= \frac{37\pi^2}{30} T^4 + \frac{3}{2} \frac{\pi^2}{3} T^2 + \frac{1}{\pi^2} \pi^4 \frac{\pi^2}{3} + B \\
 P &= \frac{\pi}{3} \frac{\pi^2}{3} B \\
 n_B &= \frac{2}{3} \frac{\pi^2}{3} T^2 + \frac{1}{\pi^2} \pi^3 \frac{\pi^2}{3}
 \end{aligned}$$

ハドロンガスの熱力学

パイオンガス (パイオン質量ゼロ)

$$\rho_H = \frac{\rho^2}{30} g_{pion} T^4 = \frac{3\rho^2}{30} T^4 \quad (g_{pion} = 3; \text{spin} = 0, \text{isospin} = 1)$$

$$n_H = \frac{3}{\rho^2} 1.202 T^3$$

有用な関係式

$$n_B = \frac{1}{9} \frac{\partial \rho}{\partial \mu}$$

$$s = \frac{1}{3} \frac{\partial \rho}{\partial T}$$

Quark Gluon 理想気体の相転移

$\mu = 0$: クォークと反クォークの数が等しい

$$\text{Condition: } P = \frac{37\mu^2}{90} T^4 \quad \mu B = \frac{3\mu^2}{30} T^4$$

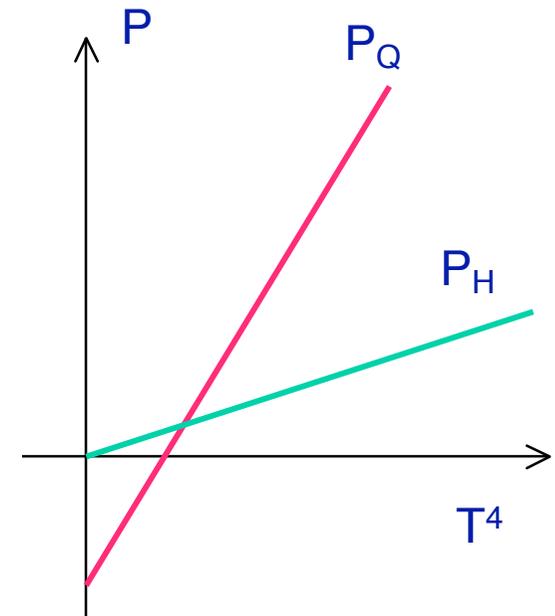
$$T_C = \left(\frac{90}{34\mu^2} \right)^{1/4} B^{1/4} \sim 148 \text{ MeV}$$

$$(B^{1/4} \sim 206 \text{ MeV})$$

$$\mu_C = 0.71 + 0.24 = 0.95 \text{ (GeV/fm}^3\text{)}$$

$$n_q = n_{\bar{q}} = 12 \frac{3}{4\mu^2} 1.202 T_C^3 = \left(\frac{T_C}{180} \right)^3 \sim 0.56 \text{ (fm}^{-3}\text{)}$$

$$n_g = 16 \frac{1}{\mu^2} 1.202 T_C^3 = \left(\frac{T_C}{158} \right)^3 \sim 0.82 \text{ (fm}^{-3}\text{)}$$



有限密度の場合

温度 $T = 0$ $\mu = \text{有限}$

$$\text{Condition : } P = \frac{1}{2\mu^2} \mu^4 \mu B = \frac{1}{3} m_N n_B ???$$

$$\mu_C = (2\mu^2)^{1/4} B^{1/4} \sim 462 \text{ MeV}$$

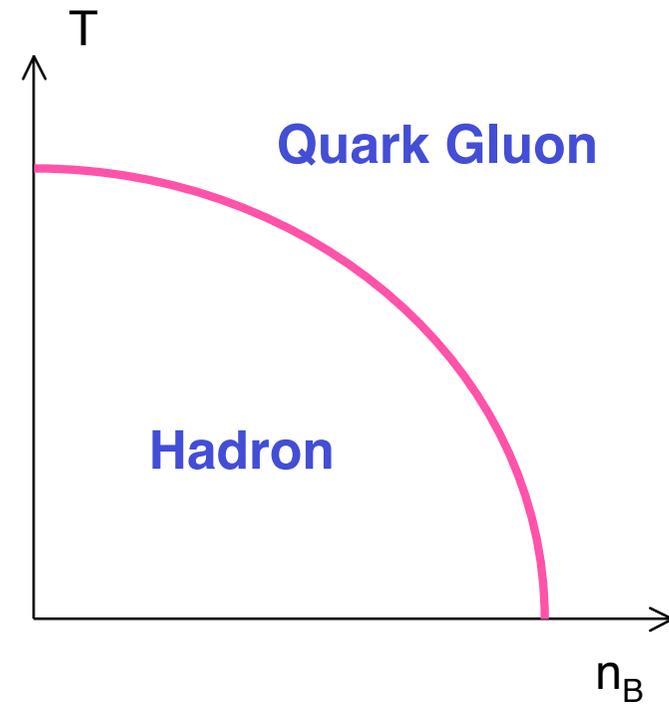
$$n_{BC} = \frac{2}{3\mu^2} \mu_C^3 = 0.87 (1/\text{fm}^3)$$

$$\sim 5.5 n_N \quad (n_N \sim \frac{3}{4\mu r_0^3} \sim 0.157)$$

$$\mu_C = \frac{3}{2\mu^2} \mu_C^4 + B$$

$$= \frac{\mu_C}{474} + B \sim 0.90 + 0.24$$

$$= 1.14 (GeV / \text{fm}^3)$$



格子QCDの定式化 (1)

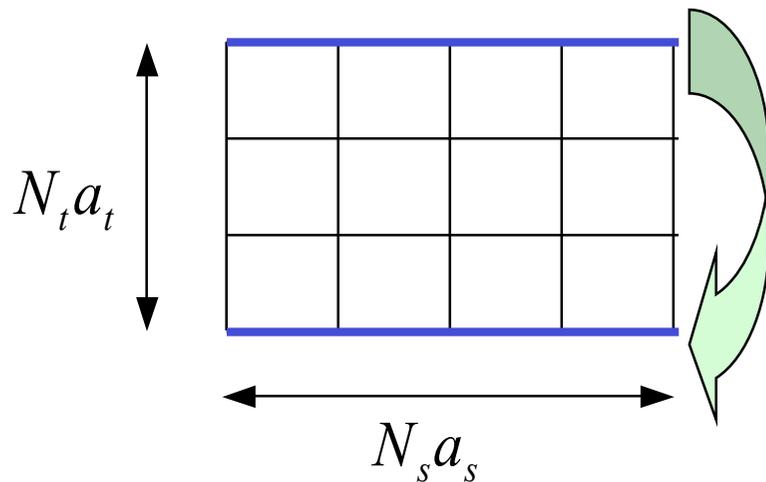
- 有限温度
 - Matsubara formalism

$$Z = \text{Tr} e^{-\beta H} = \int d[\varphi] e^{\beta S[\varphi]}$$

$$S[\varphi] = \int_0^{\beta} dx_4 \int d^3x L$$

$$T = \frac{1}{N_t a}$$

a : lattice spacing



boson : periodic
fermion : anti-periodic

格子QCDの定式化 (2)

- 有限密度の場合
 - chemical potential の導入
 - Wilson fermion

$$Z = \text{Tr} e^{\beta(H - \mu N)} = \int \mathcal{D}U \mathcal{D}D e^{\beta(S_G + S_F)}$$

$$S_F = \int W$$

$$W = \int_{\vec{\rho}} \left\{ (1 - \rho_0) U_0(x) \chi_{x', x+\hat{0}} + (1 + \rho_0) U_0^+(x) \chi_{x', x-\hat{0}} \right\}$$

ρ_0 : hopping parameter \longleftrightarrow quark mass

$$P_4 = P_4 + i$$

$$W = \int_{\vec{\rho}} \left\{ (1 - \rho_i) U_i(x) \chi_{x', x+\hat{i}} + (1 + \rho_i) U_i^+(x) \chi_{x', x-\hat{i}} \right\}$$

$$\int_{\vec{\rho}} \left\{ e^{\beta a} (1 - \rho_4) U_4(x) \chi_{x', x+\hat{4}} + e^{-\beta a} (1 + \rho_4) U_4^+(x) \chi_{x', x-\hat{4}} \right\}$$

格子QCDの定式化 (3)

- 相転移

- Confinement / Deconfinement

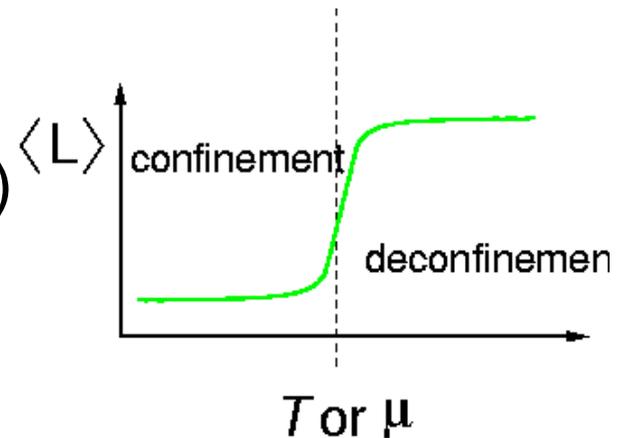
Polyakov line (order parameter)

$$\langle L \rangle \equiv \left\langle \frac{1}{N_s^3} \square L(x) \right\rangle \sim e^{-\square F_q}$$

$\square F_q$: free energy of the static charge

$\langle L \rangle \neq 0$ deconfined ($\square F_q$ finite)

$\langle L \rangle = 0$ confined ($\square F_q$ infinite)

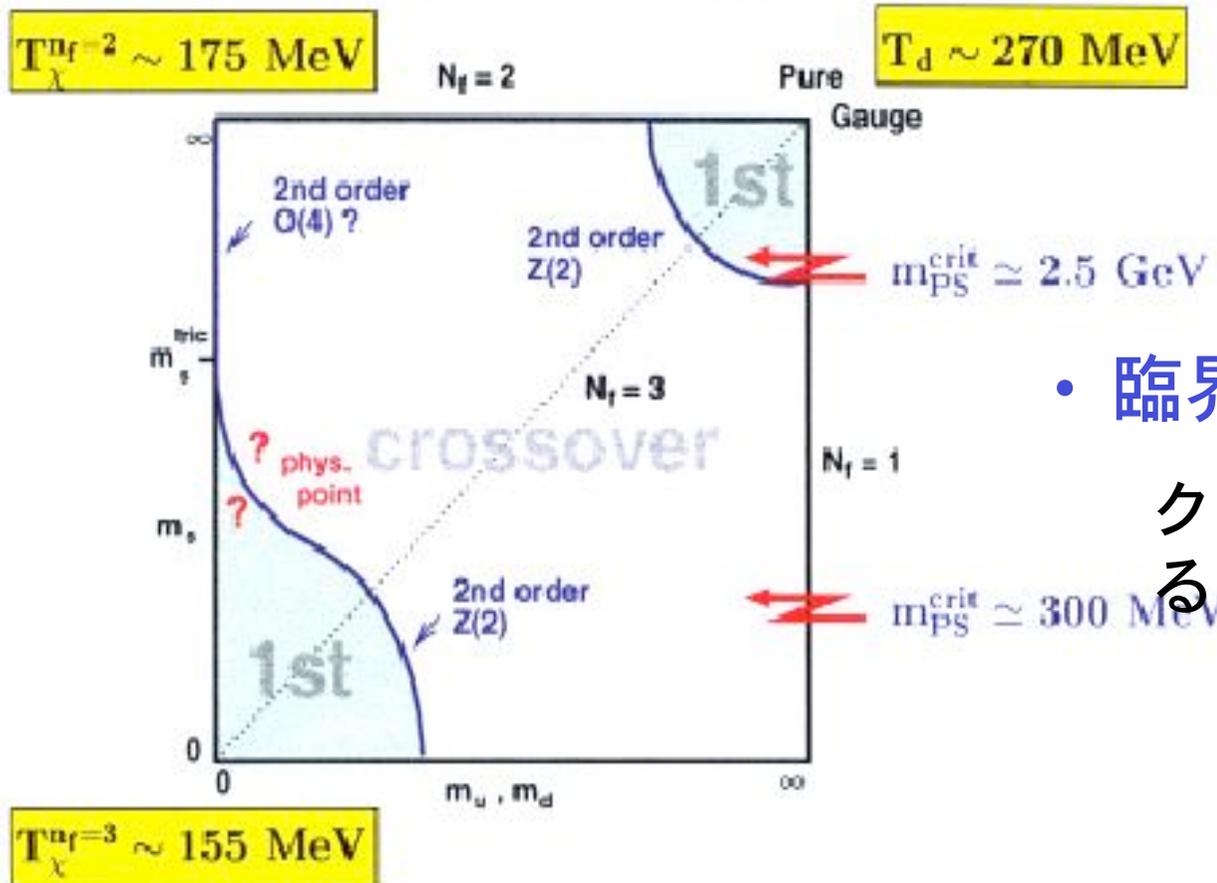


格子QCD計算

- 相転移

– $m_q \rightarrow 0 \Rightarrow$ 「閉じ込め開放」 (deconfinement)
相転移

3-flavor phase diagram

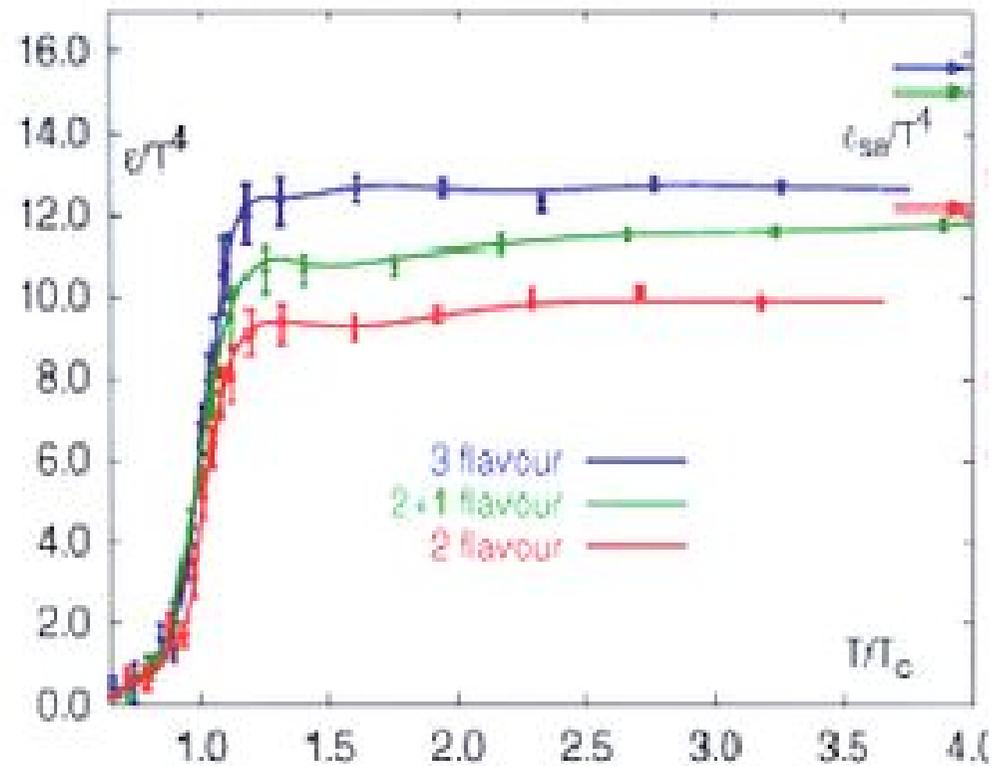


- 臨界温度

クォークの数・質量による

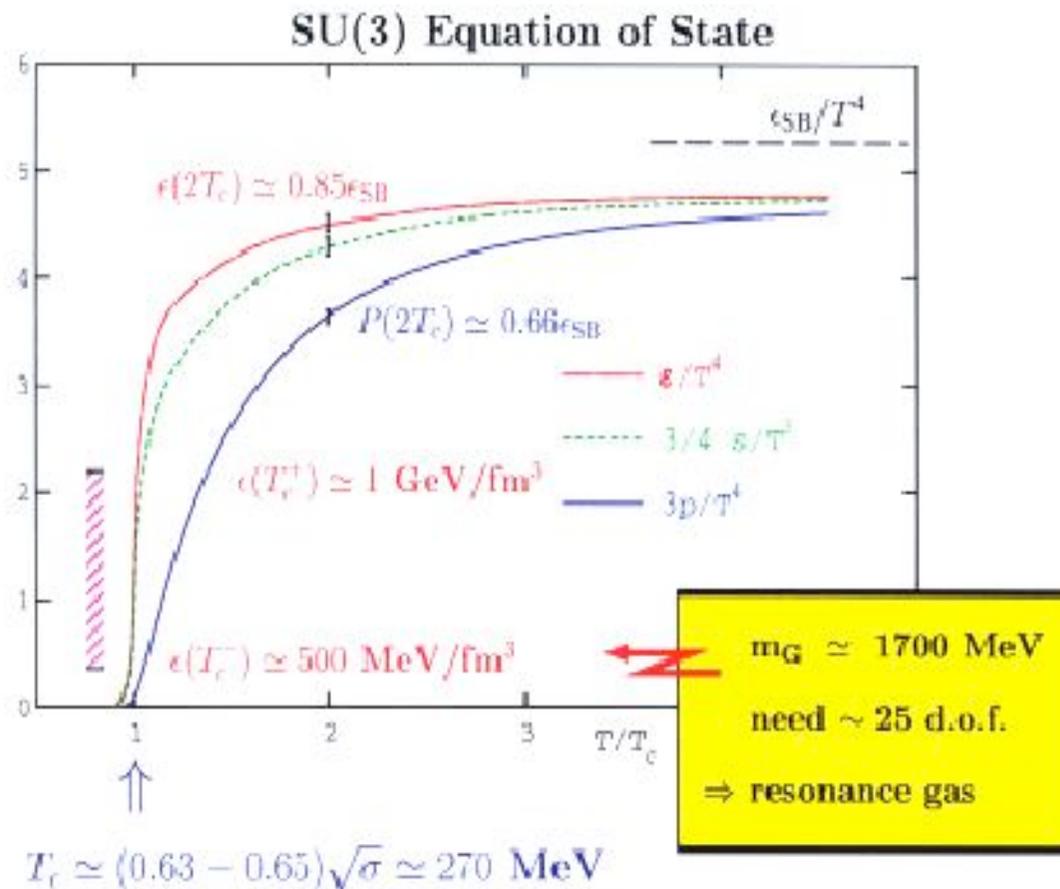
格子QCD計算（エネルギー密度）

- エネルギー密度の計算
 - $T \sim T_c$ で急激に増加



格子QCD計算 (EoS)

- QGP ガスはどの程度理想気体的か？
 - 理想気体： $\epsilon = 3P$ ($= \epsilon T^4$)
 - 臨界温度 T_C の近傍では、強く相互作用している



格子QCD計算（スクリーニング グ）

- クォーク・反クォークのポテンシャルの計算
 - 低い温度から

3-flavor QCD, $m_{ps}/m_V \sim 0.7$

heavy quark free energy close to T_c

